Définition propriétés

- Une fonction F est une primitive d'une fonction f définie sur un intervalle I si $\forall x \in I : F'(x) = f(x)$.
- Toute fonction primitive G de f est de la forme $G(x) = F(x) + c \; ; \; (c \in \mathbb{R})$.
- $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$; il existe une seule fonction primitive G de f qui vérifie la condition $G(x_0) = y_0$.
- Toute fonction continue sur un intervalle I admet une fonction primitive sur I .
- F et G sont des primitives respectivement de f et g sur I on a :
  - ❖ $F+G$ est une primitive de $f+g$.
  - ❖ αF est une primitive de αf .

Operations sur les fonctions primitives

Fonction h	H primitive de h
$h = f' + g'$	$H = f + g$
$h = \alpha f'$	$H = \alpha f$
$h = f' \times g + f \times g'$	$H = f \times g$
$h = -\dfrac{g'}{g^2}$	$H = \dfrac{1}{g}$
$h = \dfrac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$	$H = \dfrac{f}{g}$
$h = f' \times f^n$ مع $n \neq -1$	$H = \dfrac{1}{n+1} f^{n+1}$
$h = f' \times f^r$ مع $r \neq -1$	$H = \dfrac{1}{r+1} f^{r+1}$
$h = f' \times g' \circ f$	$H = g \circ f$
$h = f'(ax+b) \;\; a \neq 0$	$H = \dfrac{1}{a} f\,(ax+b)$

Tableau des fonctions primitives des fonctions usuelles

Fonction f	F primitives de f $(c \in \mathbb{R})$
$f(x) = 0$	$F(x) = c$
$f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$	$F(x) = ax + c$
$f(x) = x$	$F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + c$
$f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$	$F(x) = \dfrac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$	$F(x) = \dfrac{1}{r+1}x^{r+1} + c$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + c$
$f(x) = \sin(x)$	$F(x) = -\cos(x) + c$
$f(x) = \sin(ax+b) \; a \neq 0$	$F(x) = -\dfrac{1}{a}\cos(ax+b) + c$
$f(x) = \cos(x)$	$F(x) = \sin(x) + c$
$f(x) = \cos(ax+b) \; a \neq 0$	$F(x) = \dfrac{1}{a}\sin(ax+b) + c$
$f(x) = 1 + \tan^2(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \tan(x) + c$
$f(x) = \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$	$F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	$F(x) = -\dfrac{1}{x} + c$