

**La suite arithmétique – la suite géométrique:**

	D'une suite arithmétique	D'une suite géométrique
Définition	$u_{n+1} = u_n + r$ ( $r$ est la raison)	$u_{n+1} = q \times u_n$ ( $q$ est la raison)
Le terme général	$u_n = u_p + (n - p)r$ ( $p \leq n$ )	$u_n = u_p \times q^{n-p}$ ( $p \leq n$ )
La somme de termes successifs	$u_p + \dots + u_n = (n - p + 1) \times \left( \frac{u_p + u_n}{2} \right)$	$u_p + \dots + u_n = u_p \times \left( \frac{q^{n-p+1} - 1}{q - 1} \right)$
a et b et c trois termes successifs	$2b = a + c$	$b^2 = a \times c$

**La suite majorée – la suite minorée:**

Soit  $(u_n)_{n \in I}$  une suite numérique

- $(\forall n \in I); u_n \leq M \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  est majorée par  $M$
- $(\forall n \in I); u_n \geq m \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  est minorée par  $m$
- $(u_n)_{n \in I}$  est bornée  $\Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  majorée et minorée

**La monotonie d'une suite numérique:**

Soit  $(u_n)_{n \in I}$  une suite numérique

- $(\forall n \in I); u_{n+1} \leq u_n (u_{n+1} < u_n) \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  est décroissante (strictement décroissante)
- $(\forall n \in I); u_{n+1} \geq u_n (u_{n+1} > u_n) \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  est croissante (strictement croissante)
- $(\forall n \in I); u_{n+1} = u_n \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I}$  est constante

**Remarque:**

Soit  $(u_n)_{n \in I}$  une suite numérique dont le premier terme est :  $u_p$

- Si  $(u_n)_{n \in I}$  est décroissante, alors :  $(\forall n \in I); u_n \leq u_p$
- Si  $(u_n)_{n \in I}$  est croissante, alors :  $(\forall n \in I); u_n \geq u_p$

## Limite d'une suite:

**Limite de la suite  $(n^\alpha)$  avec  $\alpha \in \mathbb{Q}^*$  :**

$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$

**Limite de la suite géométrique  $(q^n)$  avec  $q \in \mathbb{R}$  :**

$q > 1$	$q = 1$	$-1 < q < 1$	$q \leq -1$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$	Pas de limite

## Critères de convergence:

- Toute suite croissante et majorée est une suite convergente
- Toute suite décroissante et minorée est une suite convergente

$$\left. \begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = l \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} w_n = l \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = l$$

$$\left. \begin{array}{l} |u_n - l| \leq v_n \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = l$$

$$\left. \begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

**Suite de type  $u_{n+1} = f(u_n)$  :**

Considérons la suite  $(u_n)$  définie par :

$$\begin{cases} u_n = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

Avec  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $I$  tel que  $f(I) \subset I$  et  $a$  un élément de  $I$

Si  $(u_n)$  converge, alors sa limite  $l$  est la solution de l'équation :  $f(x) = x$