

Correction de la série : 13 d'exercices La droite dans le plan

Exercice1 : Soient A(1 ; 3) et B(2 ; 5)

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Donner la forme réduite de l'équation de la droite (AB).

Réponse : 1) On a : L'équation cartésienne de la Droite (AB) est $(AB) \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

Signifie que : $\frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y - 3}{5 - 3}$ Signifie que : $\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 3}{2}$

Signifie que : $2(x - 1) = 1(y - 3)$

Signifie que : $2x - 2 - y + 3 = 0$

Signifie que : (AB) $2x - y + 1 = 0$

2) $2x - y + 1 = 0$ Signifie que : $2x + 1 = y$

Donc : (AB) $y = 2x + 1$ (la forme réduite) $m = 2$ est le coefficient directeur de la droite (AB)

Exercice2 : Soient A(1 ; 2) et B(3 ; 7)

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Donner la forme réduite de l'équation de la droite (AB).

Réponse : 1) On a : (AB) $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

Signifie que : $\frac{x - 1}{3 - 1} = \frac{y - 2}{7 - 2}$ Signifie que : $\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 3}{5}$

Signifie que : $5(x - 1) = 2(y - 3)$

Signifie que : $5x - 5 - 2y + 6 = 0$

Signifie que : (AB) $5x - 2y + 1 = 0$

2) $5x - 2y + 1 = 0$ Signifie que : $5x + 1 = 2y$

Signifie que : $y = \frac{5x + 1}{2}$ Signifie que : $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

Donc : (AB) $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$ (la forme réduite)

$m = \frac{5}{2}$ est le coefficient directeur de la droite (AB)

Exercice3 : Soient A(1,-1) et B(3,1) et C(5,-2)

Donner une équation cartésienne des droites (AB) et (BC) et (AC)

Et donner le coefficient directeur des droites .

Réponse : 1) L'équation cartésienne de (AB)

a) On a : (AB) $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

Signifie que : $\frac{x - 1}{3 - 1} = \frac{y - (-1)}{1 - (-1)}$ Signifie que : $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{2}$

Signifie que : $2(x - 1) = 2(y + 1)$

Signifie que : $2x - 2 - 2y - 2 = 0$

Signifie que : (AB) $2x - 2 - 2y - 2 = 0$ donc : (AB) $2x - 2y - 4 = 0$

b) $2x - 2y - 4 = 0$ Signifie que : $2x - 4 = 2y$

Signifie que : $y = \frac{2x - 4}{2}$ Signifie que : $y = x - 2$

Donc : (AB) ; $y = x - 2$ (la forme reduite) $m = 1$ est le coefficient directeur de la droite (AB)

2) L'équation cartésienne de (BC)

a) On a : (BC) $\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$

Signifie que : $\frac{x - 3}{5 - 3} = \frac{y - 1}{-2 - 1}$ Signifie que : $\frac{x - 3}{2} = \frac{y - 1}{-3}$

Signifie que : $-3(x - 3) = 2(y - 1)$

Signifie que : $-3x + 2y + 11 = 0$

Donc : (BC) $3x + 2y - 11 = 0$

b) $3x + 2y - 11 = 0$ Signifie que : $2y = -3x + 11$

Signifie que : $y = \frac{-3x + 11}{2}$ Signifie que : $y = \frac{-3}{2}x + \frac{11}{2}$

Donc : (BC) ; $y = \frac{-3}{2}x + \frac{11}{2}$ (la forme reduite)

$m = \frac{-3}{2}$ est le coefficient directeur de la droite (BC)

3) L'équation cartésienne de (AC)

a) On a : (AC) $\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$

Signifie que : $\frac{x - 1}{5 - 1} = \frac{y - (-1)}{-2 - (-1)}$ Signifie que : $\frac{x - 1}{4} = \frac{y + 1}{-1}$

Signifie que : $-(x - 1) = 4(y + 1)$

Signifie que : $-x + 1 - 4y - 4 = 0$

Donc : (BC) $-x - 4y - 3 = 0$

Donc : (BC) $x + 4y + 3 = 0$

b) $x + 4y + 3 = 0$ Signifie que : $4y = -x - 3$

Signifie que : $y = \frac{-x - 3}{4}$ Signifie que : $y = \frac{-1}{4}x - \frac{3}{4}$

Donc : (AC) ; $y = \frac{-1}{4}x - \frac{3}{4}$ (la forme reduite)

$m = \frac{-1}{4}$ est le coefficient directeur de la droite (AC)

PROF : ATMANI NAJIB

Exercice4 : Soient $A(-1,3)$ et $B(2,4)$

Donner le coefficient directeur de la droite (AB)

Réponse : Rappelle : si $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$ et $x_A \neq x_B$ alors $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est coefficient directeur de la droite (AB)

$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est coefficient directeur de la droite (AB)

$$\text{Donc : } m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

Exercice5: Soit la droite (D) d'équation cartésienne : $(D) - 2x + y - 1 = 0$ et les points :

$A(1,3)$ et $B(2,5)$ et $C(3,6)$

- 1) donner l'équation réduite de la droite (D)
- 2) Donner le coefficient directeur de la droite (D)
- 3) Les points A et B et C appartiennent-ils à la droite (D) ?
- 4) Tracer la droite (D)

Solution : 1) $(D) - 2x + y - 1 = 0$ Signifie que : $(D) y = 2x + 1$

2) le coefficient directeur de la droite (D) est : $m = 2$

3) a) $A(1,3)$? Dire que $A \in (D)$ revient à dire que les coordonnées de A vérifient l'équation de (D) .

C'est-à-dire : $(D) y_A = 2x_A + 1$

On a : $2x_A + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$ donc : $A(1,3) \in (D)$

b) $B(2,5)$ Dire que $B \in (D)$ revient à dire que les coordonnées de B vérifient l'équation de (D) .

C'est-à-dire : $(D) y_B = 2x_B + 1$

On a : $2x_B + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5$ donc : $B(2,5) \in (D)$

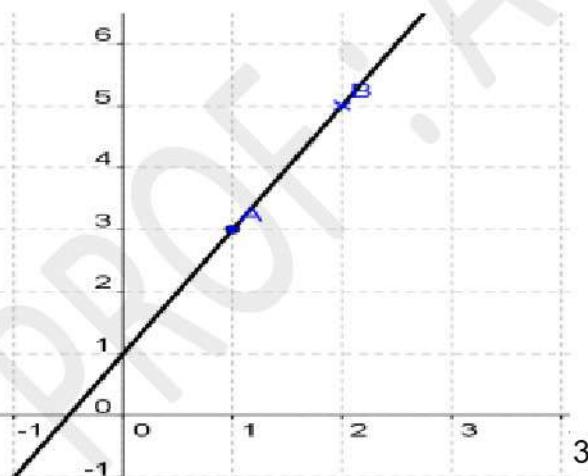
b) $C(3,6)$ Dire que $C \in (D)$ revient à dire que les coordonnées de C vérifient l'équation de (D) .

C'est-à-dire : $(D) y_C = 2x_C + 1$

On a : $2x_C + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7 \neq 6$ donc : $C(3,6) \notin (D)$

4) Tracer la droite (D)

Puisque : $A(1,3) \in (D)$ et $B(2,5) \in (D)$



PROF : ATMANI NAJIB

Exercice6 : Représenter graphiquement les droites suivantes :

$$(D_1) : x - y - 2 = 0 \quad 2) (D_2) : x = 3$$

$$3) (D_3) : y = 2$$

Réponse :

1) Pour représenter la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D_1) .

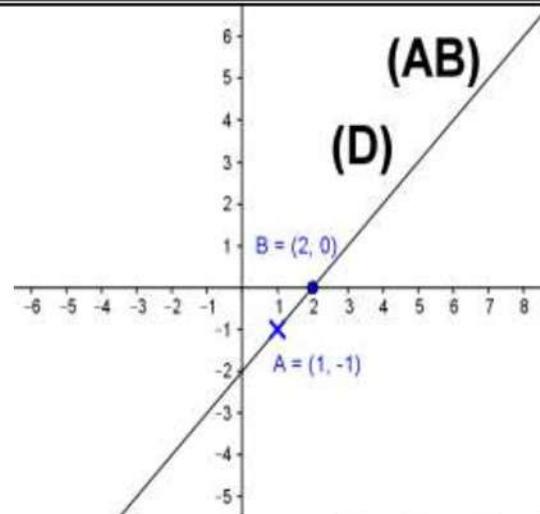
Si $x=1$ alors : $1-y-2=0$

C'est-à-dire : $y=-1$ est par suite : $A(1;-1) \in (D_1)$

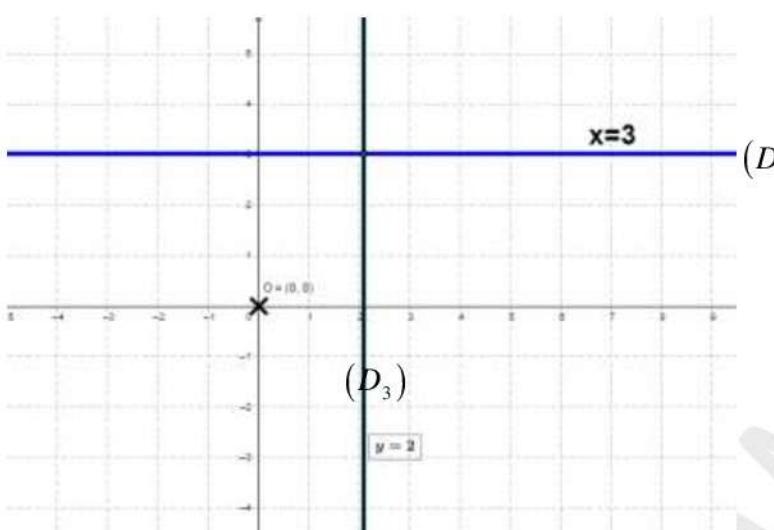
Si $y=0$ alors : $x-0-2=0$ C'est-à-dire $x=2$.

x	1	2
y	-1	0

Donc $B(2;0) \in (D_1)$ (figure1)



2) 3)



Exercice7 : Soient les deux droites D et (D') : $(D): 3x + y - 7 = 0$ et $(D'): 6x + 2y - 3 = 0$

1) Déterminer les coefficients directeurs des deux droites (D) et (D')

2) Vérifier le point $A(0;7) \in (D)$ et que $A \notin (D')$

3) Étudier la position relative des deux droites D et (D')

Réponse : 1) $(D): 3x + y - 7 = 0$ Signifie que : $(D): y = -3x + 7$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est : $m = -3$

$(D'): 6x + 2y - 3 = 0$ Signifie que : $2y = -6x + 3$

Signifie que : $y = \frac{-6x + 3}{2}$ donc : $y = -3x + \frac{3}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D') est : $m' = -3$

2) a) on a : $(D): 3x + y - 7 = 0 \quad A(0;7)$

$3 \times 0 + 7 - 7 = 0 + 7 - 7 = 0$ Donc : $A(0;7) \in (D)$

PROF : ATMANI NAJIB

b) On a : $(D'): 6x + 2y - 3 = 0 \quad A(0;7)$

$6 \times 0 + 2 \times 7 - 3 = 0 + 14 - 3 = 11 \neq 0$ Donc : $A \notin (D')$

3) On a donc : $m = m'$ par suite : $(D') \parallel (D)$

Et on a : $A(0;7) \in (D)$ mais $A \notin (D')$ donc : $(D) \parallel (D')$ strictement (non confondus)

Exercice8: Soient les deux droites D et (D') : $D: 2x + 5y - 2 = 0$ et $(D'): x + 3y - 2 = 0$

1) Montrer que (D) et (D') sont sécantes.

2) Déterminer le point $E(x; y)$ d'intersection de (D) et (D')

Réponse : 1) $(D): 2x + 5y - 2 = 0$ Signifie que : $(D): 5y = -2x + 2$

Signifie que : $(D): y = \frac{-2x + 2}{5}$ Signifie que : $(D): y = \frac{-2}{5}x + \frac{2}{5}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est : $m = -\frac{2}{5}$

$(D'): x + 3y - 2 = 0$ Signifie que : $3y = -x + 2$

Signifie que : $y = \frac{-x + 2}{3}$ donc : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D') est : $m' = -\frac{1}{3}$

On a donc : $m \neq m'$ par suite : (D) et (D') sont sécantes.

2) Alors : $E(x; y)$ vérifie le système : $\begin{cases} 2x + 5y - 2 = 0 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 2(2 - 3y) + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} 4 - 6y + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 4 - y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$ alors : $E(-4; 2)$.

Exercice9 : Soient les deux droites D et (D') : (D) : $4x + 2y - 1 = 0$ et (D') : $-x + 2y + 5 = 0$

1) Déterminer les coefficients directeurs des deux droites (D) et (D')

2) En déduire que : (D) et (D') sont perpendiculaires ($(D') \perp (D)$)

Réponse : (D) : $y = mx + p$ et (D') : $y = m'x + p'$ $(D') \perp (D)$ ssi $m \times m' = -1$

1) a) (D) : $4x + 2y - 1 = 0$ Signifie que : $2y = -4x + 1$

Signifie que : $y = -\frac{4}{2}x + \frac{1}{2}$ Signifie que : $y = -2x + \frac{1}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est : $m = -2$

b) (D') : $-x + 2y + 5 = 0$ Signifie que : $2y = x - 5$

Signifie que : $y = \frac{x - 5}{2}$ Signifie que : $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D') est : $m' = \frac{1}{2}$

PROF : ATMANI NAJIB

2) On a : $m \times m' = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ par suite : $(D') \perp (D)$

Exercice10 : Soit la droite (D) d'équation cartésienne : (D) : $-2x + y + 3 = 0$ et les points :

A (0, 2) et B (4, 0) et C (3, 3) et D (-1, -5) et E (2, 1)

1) Donner l'équation cartésienne de la droite (AB)

2) Donner l'équation réduite de la droite (AB)

3) Les points D et C appartiennent-ils à la droite (D) ?

4) Tracer la droite (D) et (AB)

5) Le point E appartient-il à la droite (D) ?

6) Le point E appartient-il à la droite (AB) ?

7) Donner le coefficient directeur de la droite (D)

8) Vérifier que les deux droites D et (AB) sont perpendiculaires

9) Determiner le point $E(x; y)$ d'intersection de D et (AB)

Solution :1) (AB) $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$: Signifie que

Signifie que : $\frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{y - 2}{0 - 2}$ Signifie que : $\frac{x}{4} = \frac{y - 2}{-2}$

Signifie que : $-2x = 4(y - 2)$ Signifie que : $-2x - 4y + 8 = 0$ (AB)

2) L'équation reduite la droite (AB) ?

$-2x - 4y + 8 = 0$ (AB) Signifie que : $-2x + 8 = 4y$

Signifie que : $y = \frac{-2x + 8}{4}$ Signifie que : (AB) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

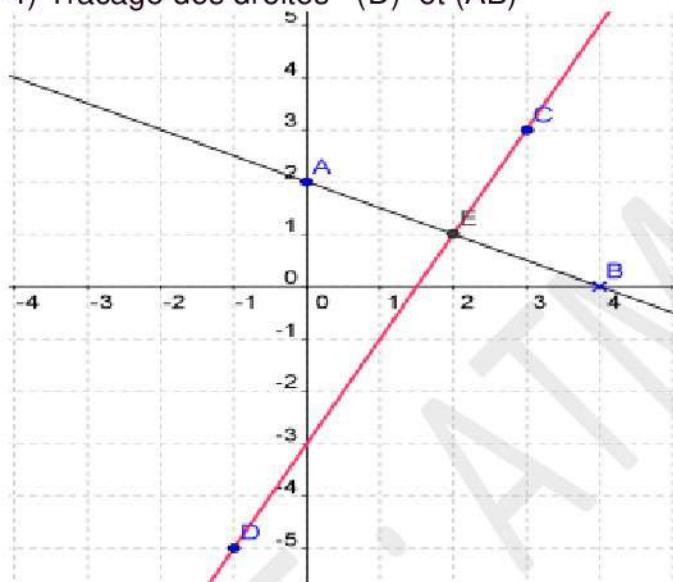
3) a) (D) : $-2x + y + 3 = 0$ et $C(3, 3)$

On a : $-2 \times 3 + 3 + 3 = -6 + 3 + 3 = 0$ donc : $C(3, 3) \in (D)$

b) (D) : $-2x + y + 3 = 0$ et $D(-1, -5)$

On a : $-2 \times (-1) - 5 + 3 = 2 - 5 + 3 = 0$ donc : $D(-1, -5) \in (D)$

4) Tracage des droites (D) et (AB)



5) Le point E appartient-il à la droite (AB) ?

(D) : $-2x + y + 3 = 0$ et $E(2, 1)$

On a : $-2 \times 2 + 1 + 3 = -4 + 1 + 3 = 0$ donc : $E(2, 1) \in (D)$

PROF : ATMANI NAJIB



6) Le point E appartient-il à la droite (D) ? (AB) ; $y = -\frac{1}{2}x + 2$ et $E(2, 1)$

On a : $-\frac{1}{2} \times 2 + 2 = -1 + 2 = 1$ donc : $E(2, 1) \in (AB)$

7) On a : (D) : $-2x + y + 3 = 0$ Signifie que : (D) $y = 2x - 3$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est ; $m = 2$

8) On a : $m \times m' = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

Donc les deux droites D et (AB) sont perpendiculaires

9) $E(2, 1) \in (AB)$ et $E(2, 1) \in (D)$ donc E est le point d'intersection de D et (AB)