

**Correction de la serie : 13 d'exercices La droite dans le plan****Exercice1** : Soient A(1 ; 3) et B(2 ; 5)

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Donner la forme réduite de l'équation de la droite (AB).

**Réponse** : 1) On a : L'équation cartésienne de la Droite (AB) est  $(AB) \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ Signifie que :  $\frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y - 3}{5 - 3}$  Signifie que :  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 3}{2}$ Signifie que :  $2(x - 1) = 1(y - 3)$ Signifie que :  $2x - 2 - y + 3 = 0$ Signifie que :  $(AB) \quad 2x - y + 1 = 0$ 2)  $2x - y + 1 = 0$  Signifie que :  $2x + 1 = y$ Donc :  $(AB) \quad y = 2x + 1$  ( la forme réduite)  $m = 2$  est le coefficient directeur de la droite (AB)**Exercice2** : Soient A(1 ; 2) et B(3 ; 7)

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Donner la forme réduite de l'équation de la droite (AB).

**Réponse** : 1) On a :  $(AB) \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ Signifie que :  $\frac{x - 1}{3 - 1} = \frac{y - 2}{7 - 2}$  Signifie que :  $\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{5}$ Signifie que :  $5(x - 1) = 2(y - 2)$ Signifie que :  $5x - 5 - 2y + 4 = 0$ Signifie que :  $(AB) \quad 5x - 2y - 1 = 0$ 2)  $5x - 2y - 1 = 0$  Signifie que :  $5x - 1 = 2y$ Signifie que :  $y = \frac{5x - 1}{2}$  Signifie que :  $y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$ Donc :  $(AB) \quad y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$  ( la forme réduite) $m = \frac{5}{2}$  est le coefficient directeur de la droite (AB)**Exercice3** : Soient A(1,-1) et B(3,1) et C(5,-2)

Donner une équation cartésienne des droites (AB) et (BC) et (AC)

Et donner le coefficient directeur des droites .

**Réponse** : 1) L'équation cartésienne de (AB)a) On a :  $(AB) \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ Signifie que :  $\frac{x - 1}{3 - 1} = \frac{y - (-1)}{1 - (-1)}$  Signifie que :  $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{2}$ Signifie que :  $2(x - 1) = 2(y + 1)$

Signifie que :  $2x - 2 - 2y - 2 = 0$

Signifie que :  $(AB) \quad 2x - 2 - 2y - 2 = 0$  donc :  $(AB) \quad 2x - 2y - 4 = 0$

b)  $2x - 2y - 4 = 0$  Signifie que :  $2x - 4 = 2y$

Signifie que :  $y = \frac{2x - 4}{2}$  Signifie que :  $y = x - 2$

Donc :  $(AB) ; y = x - 2$  ( la forme reduite)  $m = 1$  est le coefficient directeur de la droite  $(AB)$

2) L'équation cartésienne de  $(BC)$

a) On a :  $(BC) \frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$

Signifie que :  $\frac{x - 3}{5 - 3} = \frac{y - 1}{-2 - 1}$  Signifie que :  $\frac{x - 3}{2} = \frac{y - 1}{-3}$

Signifie que :  $-3(x - 3) = 2(y - 1)$

Signifie que :  $-3x - 2y + 11 = 0$

Donc :  $(BC) \quad 3x + 2y - 11 = 0$

b)  $3x + 2y - 11 = 0$  Signifie que :  $2y = -3x + 11$

Signifie que :  $y = \frac{-3x + 11}{2}$  Signifie que :  $y = \frac{-3}{2}x + \frac{11}{2}$

Donc :  $(BC) ; y = \frac{-3}{2}x + \frac{11}{2}$  ( la forme reduite)

$m = \frac{-3}{2}$  est le coefficient directeur de la droite  $(BC)$

3) L'équation cartésienne de  $(AC)$

a) On a :  $(AC) \frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$

Signifie que :  $\frac{x - 1}{5 - 1} = \frac{y - (-1)}{-2 - (-1)}$  Signifie que :  $\frac{x - 1}{4} = \frac{y + 1}{-1}$

Signifie que :  $-(x - 1) = 4(y + 1)$

Signifie que :  $-x + 1 - 4y - 4 = 0$

Donc :  $(BC) \quad -x - 4y - 3 = 0$

Donc :  $(BC) \quad x + 4y + 3 = 0$

b)  $x + 4y + 3 = 0$  Signifie que :  $4y = -x - 3$

Signifie que :  $y = \frac{-x - 3}{4}$  Signifie que :  $y = \frac{-1}{4}x - \frac{3}{4}$

Donc :  $(AC) ; y = \frac{-1}{4}x - \frac{3}{4}$  ( la forme reduite)

$m = \frac{-1}{4}$  est le coefficient directeur de la droite  $(AC)$

**Exercice4 :** Soient  $A(-1, 3)$  et  $B(2, 4)$

Donner le coefficient directeur de la droite  $(AB)$

**Réponse :** Rappelle : si  $A(x_A; y_A) ; B(x_B; y_B)$  et  $x_A \neq x_B$  alors  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$  est coefficient

directeur de la droite  $(AB)$

PROF : ATMANI NAJIB

$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$  est coefficient directeur de la droite (AB)

Donc :  $m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$

**Exercice5:** Soit la droite (D) d'équation cartésienne :  $(D) - 2x + y - 1 = 0$  et les points :

A (1,3) et B (2,5) et C (3,6)

1) donner l'équation réduite la droite (D)

2) Donner le coefficient directeur de la droite (D)

3) Les point A et B et C appartient-ils à la droite (D) ?

4) Tracer la droite (D)

**Solution :1)**  $(D) - 2x + y - 1 = 0$  Signifie que :  $(D) y = 2x + 1$

2) le coefficient directeur de la droite (D) est :  $m = 2$

3) a) A (1,3)? Dire que  $A \in (D)$  revient à dire que les coordonnées de A vérifient l'équation de (D).

C'est-à-dire :  $(D) y_A = 2x_A + 1$

On a :  $2x_A + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$  donc :  $A(1,3) \in (D)$

b) B (2,5) Dire que  $B \in (D)$  revient à dire que les coordonnées de B vérifient l'équation de (D).

C'est-à-dire :  $(D) y_B = 2x_B + 1$

On a :  $2x_B + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5$  donc :  $B(2,5) \in (D)$

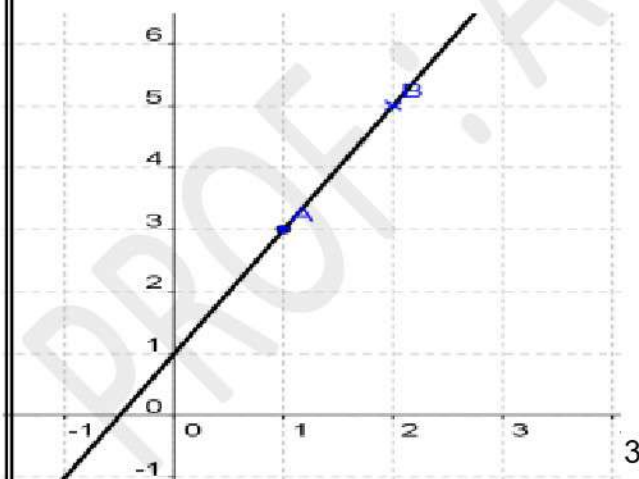
b) C (3,6) Dire que  $C \in (D)$  revient à dire que les coordonnées de C vérifient l'équation de (D).

C'est-à-dire :  $(D) y_C = 2x_C + 1$

On a :  $2x_C + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7 \neq 6$  donc :  $C(3,6) \notin (D)$

4) Tracer la droite (D)

Puisque :  $A(1,3) \in (D)$  et  $B(2,5) \in (D)$



PROF : ATMANI NAJIB

**Exercice6 :** Représenter graphiquement les droites suivantes :

$(D_1) : x - y - 2 = 0$     2)  $(D_2) : x = 3$

3)  $(D_3) : y = 2$

**Réponse :**

1) Pour représenter la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à  $(D_1)$ .



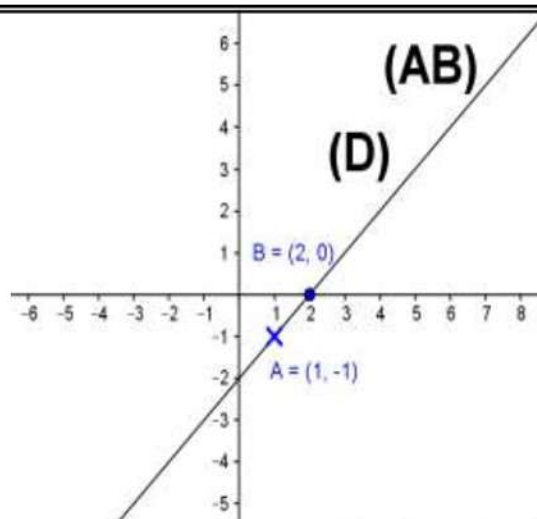
Si  $x=1$  alors :  $1 - y - 2 = 0$

C'est-à-dire :  $y = -1$  est par suite :  $A(1; -1) \in (D_1)$

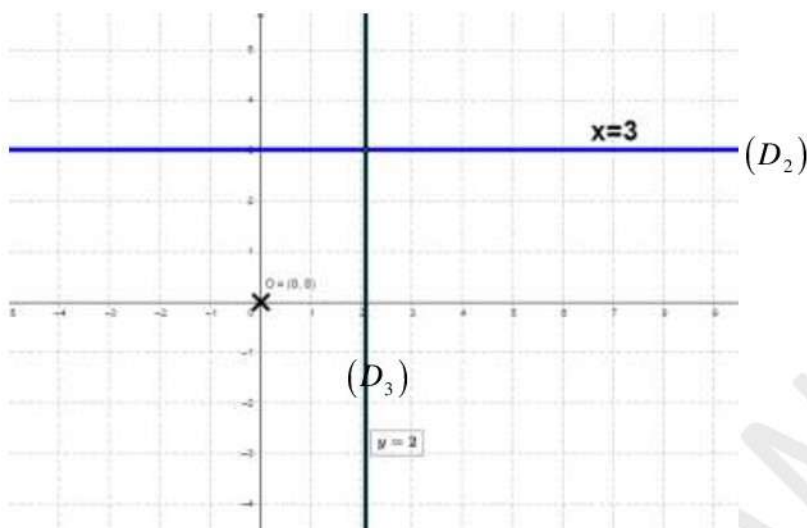
Si  $y = 0$  alors :  $x - 0 - 2 = 0$  C'est-à-dire  $x = 2$ .

x	1	2
y	-1	0

Donc  $B(2; 0) \in (D_1)$  (figure1)



2) 3)



**Exercice7 :** Soient les deux droites  $D$  et  $D'$  :  $(D): 3x + y - 7 = 0$  et  $(D'): 6x + 2y - 3 = 0$

1) Déterminer les coefficients directeurs des deux droites  $(D)$  et  $(D')$

2) Vérifier le point  $A(0; 7) \in (D)$  et que  $A \notin (D')$

3) Étudier la position relative des deux droites  $D$  et  $D'$

**Réponse :** 1)  $(D): 3x + y - 7 = 0$  Signifie que :  $(D): y = -3x + 7$

Donc : le coefficient directeur de la droite  $(D)$  est :  $m = -3$

$(D'): 6x + 2y - 3 = 0$  Signifie que :  $2y = -6x + 3$

Signifie que :  $y = \frac{-6x + 3}{2}$  donc :  $y = -3x + \frac{3}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite  $(D')$  est :  $m' = -3$

2) a) on a :  $(D): 3x + y - 7 = 0$   $A(0; 7)$

$3 \times 0 + 7 - 7 = 0 + 7 - 7 = 0$  Donc :  $A(0; 7) \in (D)$

b) On a :  $(D'): 6x + 2y - 3 = 0$   $A(0; 7)$

$6 \times 0 + 2 \times 7 - 3 = 0 + 14 - 3 = 11 \neq 0$  Donc :  $A \notin (D')$

3) On a donc :  $m = m'$  par suite :  $(D') \parallel (D)$

Et on a :  $A(0; 7) \in (D)$  mais  $A \notin (D')$  donc :  $(D) \parallel (D')$  strictement (non confondus)

**Exercice8:** Soient les deux droites  $D$  et  $D'$  :  $D) 2x + 5y - 2 = 0$  et  $(D') : x + 3y - 2 = 0$

1) Montrer que  $(D)$  et  $(D')$  sont sécantes.

2) Déterminer le point  $E(x; y)$  d'intersection de  $(D)$  et  $(D')$

**Réponse :** 1)  $(D): 2x + 5y - 2 = 0$  Signifie que :  $(D): 5y = -2x + 2$

Signifie que :  $(D): y = \frac{-2x + 2}{5}$  Signifie que :  $(D): y = \frac{-2}{5}x + \frac{2}{5}$

PROF : ATMANI NAJIB

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est :  $m = -\frac{2}{5}$

$(D') : x + 3y - 2 = 0$  Signifie que :  $3y = -x + 2$

Signifie que :  $y = \frac{-x+2}{3}$  donc :  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

Donc : le coefficient directeur de la droite  $(D')$  est :  $m' = -\frac{1}{3}$

On a donc :  $m \neq m'$  par suite : (D) et  $(D')$  sont sécantes.

2) Alors :  $E(x; y)$  vérifie le système : 
$$\begin{cases} 2x+5y-2=0 \\ x+3y-2=0 \end{cases}$$

Donc :  $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ x+3y=2 \end{cases}$  c'est-à-dire :  $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ x=2-3y \end{cases}$

Donc :  $\begin{cases} 2(2-3y)+5y=2 \\ x=2-3y \end{cases}$  c'est-à-dire :  $\begin{cases} 4-6y+5y=2 \\ x=2-3y \end{cases}$

Donc :  $\begin{cases} 4-y=2 \\ x=2-3y \end{cases}$  c'est-à-dire :  $\begin{cases} y=2 \\ x=2-3y \end{cases}$

Donc :  $\begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases}$  alors :  $E(-4; 2)$ .

**Exercice9** : Soient les deux droites D) et  $(D')$  :  $(D) : 4x + 2y - 1 = 0$  et  $(D') : -x + 2y + 5 = 0$

1) Déterminer les coefficients directeurs des deux droites (D) et  $(D')$

2) En déduire que : (D) et  $(D')$  sont perpendiculaires  $((D') \perp (D))$

**Réponse** :  $(D) : y = mx + p$  et  $(D') : y = m'x + p'$   $((D') \perp (D))$  ssi  $m \times m' = -1$

1) a)  $(D) : 4x + 2y - 1 = 0$  Signifie que :  $2y = -4x + 1$

Signifie que :  $y = -\frac{4}{2}x + \frac{1}{2}$  Signifie que :  $y = -2x + \frac{1}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est :  $m = -2$

b)  $(D') : -x + 2y + 5 = 0$  Signifie que :  $2y = x - 5$

Signifie que :  $y = \frac{x-5}{2}$  Signifie que :  $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

Donc : le coefficient directeur de la droite  $(D')$  est :  $m' = \frac{1}{2}$

PROF : ATMANI NAJIB

2) On a :  $m \times m' = -2 \times \frac{1}{2} = -1$  par suite :  $(D') \perp (D)$

**Exercice10** : Soit la droite (D) d'équation cartésienne :  $(D) : -2x + y + 3 = 0$  et les points :

A (0,2) et B (4,0) et C (3,3) et D (-1,-5) et E (2,1)

1) Donner l'équation cartésienne la droite (AB)

2) Donner l'équation réduite la droite (AB)

3) Les point D et C appartient-ils à la droite (D) ?

4) Tracer la droite (D) et (AB)

5) Le point E appartient-il à la droite (D) ?

6) Le point E appartient-il à la droite (AB) ?

7) Donner le coefficient directeur de la droite (D)

8) Vérifier que deux droites (D) et (AB) sont perpendiculaires

9) Determiner le point  $E(x; y)$  d'intersection de D) et (AB )

**Solution :1)** (AB)  $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$  : Signifie que

Signifie que :  $\frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{y - 2}{0 - 2}$  Signifie que :  $\frac{x}{4} = \frac{y - 2}{-2}$

Signifie que :  $-2x = 4(y - 2)$  Signifie que :  $-2x - 4y + 8 = 0$  (AB)

2) L'équation reduite.la droite (AB) ?

$-2x - 4y + 8 = 0$  (AB) Signifie que :  $-2x + 8 = 4y$

Signifie que :  $y = \frac{-2x + 8}{4}$  Signifie que : (AB)  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

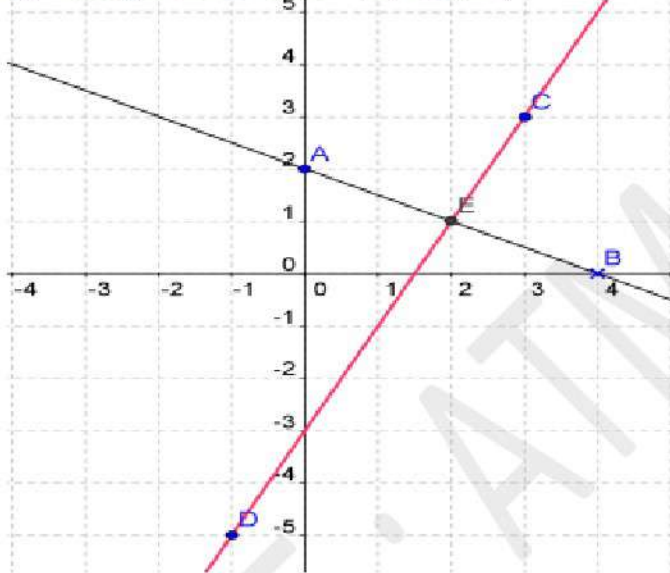
3) a) (D):  $-2x + y + 3 = 0$  et C (3,3)

On a :  $-2 \times 3 + 3 + 3 = -6 + 3 + 3 = 0$  donc :  $C(3,3) \in (D)$

b) (D):  $-2x + y + 3 = 0$  et D (-1,-5)

On a :  $-2 \times (-1) - 5 + 3 = 2 - 5 + 3 = 0$  donc :  $D(-1,-5) \in (D)$

4) Tracage des droites (D) et (AB)



5) Le point E appartient-il à la droite (AB)?

(D):  $-2x + y + 3 = 0$  et E (2,1)

On a :  $-2 \times 2 + 1 + 3 = -4 + 1 + 3 = 0$  donc :  $E(2,1) \in (D)$

6) Le point E appartient-il à la droite (AB) ? (AB);  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  et E (2,1)

On a :  $-\frac{1}{2} \times 2 + 2 = -1 + 2 = 1$  donc :  $E(2,1) \in (AB)$

7) On a : (D):  $-2x + y + 3 = 0$  Signifie que :: (D)  $y = 2x - 3$

Donc : le coefficient directeur de la droite (D) est ;  $m = 2$

8) On a :  $m \times m' = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

Donc les deux droites D) et (AB) sont perpendiculaires

9)  $E(2,1) \in (AB)$  et  $E(2,1) \in (D)$  donc E est Le point d'intersection de D) et (AB)

PROF : ATMANI NAJIB

