



**II. Résolution d'une équation-inéquation du second degré****Définition :**

Une équation du second degré est une équation de la forme

$ax^2 + bx + c = 0$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels avec  $a \neq 0$ .

Une solution de cette équation s'appelle une racine du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

On appelle discriminant du trinôme  $ax^2 + bx + c$ , le nombre réel, noté  $\Delta$ , égal à  $b^2 - 4ac$ .

**Propriété :**

Soit  $\Delta$  le discriminant du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

➤ Si  $\Delta < 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  n'a pas de solution réelle.

➤ Si  $\Delta = 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  a une unique solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

➤ Si  $\Delta > 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  a deux solutions distinctes

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

**Exercice 07**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $2x^2 - x - 6 = 0$       b)  $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$

c)  $x^2 + 3x + 10 = 0$

**Solution**

a) Calculons le discriminant de l'équation  $2x^2 - x - 6 = 0$  :

$$a = 2, b = -1 \text{ et } c = -6$$

$$\text{Donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49.$$

Comme  $\Delta > 0$ , l'équation possède deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)-\sqrt{49}}{2 \times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)+\sqrt{49}}{2 \times 2} = 2$$

Soit  $S$  l'ensemble des solutions de l'équation donc  $S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$

b) Calculons le discriminant de l'équation  $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$  :

$$a = 2, b = -3 \text{ et } c = \frac{9}{8}$$

$$\text{Donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times \frac{9}{8} = 0.$$

Comme  $\Delta = 0$ , l'équation possède une unique solution :

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

c) Calculons le discriminant de l'équation  $x^2 + 3x + 10 = 0$  :

$$a = 1, b = 3 \text{ et } c = 10 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31.$$

Comme  $\Delta < 0$ , l'équation ne possède pas de solution réelle.

**Propriété :**

La somme  $S$  et le produit  $P$  des solutions d'une équation du second degré de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  sont donnés par :

$$S = -\frac{b}{a} \text{ et } P = \frac{c}{a}$$

**2). Factorisation d'un trinôme****Propriété :**

Soit  $f$  une fonction polynôme de degré 2 définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

➤ Si  $\Delta = 0$  : Pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) = a(x - x_0)^2$ .

➤ Si  $\Delta > 0$  : Pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

**Exercice 08**

Factoriser les trinômes suivants :

a)  $4x^2 + 19x - 5$       b)  $9x^2 - 6x + 1$

**Solution**

a) On cherche les racines du trinôme  $4x^2 + 19x - 5$  :

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = 19^2 - 4 \times 4 \times (-5) = 441$$

$$\text{Les racines sont : } x_1 = \frac{-19-\sqrt{441}}{2 \times 4} = -5 \text{ et } x_2 = \frac{-19+\sqrt{441}}{2 \times 4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{On a donc : } 4x^2 + 19x - 5 = 4(x - (-5))(x - \frac{1}{4}) = (x + 5)(4x - 1).$$

b) On cherche les racines du trinôme  $9x^2 - 6x + 1$  :

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 0$$

$$\text{La racine (double) est : } x_0 = -\frac{-6}{2 \times 9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{On a donc : } 9x^2 - 6x + 1 = 9(x - \frac{1}{3})^2 = (3x - 1)^2.$$

**3). Signe d'un trinôme****Propriété :**

Soit  $f$  une fonction polynôme de degré 2 définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Si  $\Delta < 0$  :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$	

Si  $\Delta = 0$  :

$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$		0
			Signe de $a$

Si  $\Delta > 0$  :

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$		0	Signe opposé de $a$

**Exercice 11**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation (I):  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

**Solution**

➤ Le discriminant de  $x^2 - 4x + 3$  est  $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$  et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{4}}{2 \times 1} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{4+\sqrt{4}}{2 \times 1} = 3$$

➤ On obtient le tableau de signes de  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  :

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0
			+	

➤ On déduit l'ensemble des solutions de (I):  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$$S = ]-\infty; 1] \cup [3; +\infty[.$$



## Exercice 12

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$ 

## Solution

 $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$  équivaut à  $x^2 + 4x - 7 < 0$ .Le discriminant de  $x^2 + 4x - 7$  est  $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 44$  et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{44}}{2 \times 1} = -2 - \sqrt{11} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+\sqrt{44}}{2 \times 1} = -2 + \sqrt{11}$$

On obtient le tableau de signes de  $f(x) = x^2 + 4x - 7$  :

$x$	$-\infty$	$-2-\sqrt{11}$	$-2+\sqrt{11}$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation  $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$  est donc  $] -2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11}[$ .

$$\text{Donc } S = ] -2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11}[$$

2)  $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$  équivaut à  $\frac{1}{x^2-x-6} - 2 \geq 0$ 

$$\text{Donc } \frac{1}{x^2-x-6} - \frac{2(x^2-x-6)}{x^2-x-6} \geq 0 \quad ; \quad \text{Donc } \frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6} \geq 0$$

On commence par déterminer les racines du trinôme  $x^2 - x - 6$  :Le discriminant est  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$  et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2 \times 1} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{25}}{2 \times 1} = 3$$

Les valeurs -2 et 3 annulent le dénominateur.

On résout donc l'équation dans  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$ .On détermine les racines du trinôme  $-2x^2 + 2x + 13$  :Le discriminant est  $\Delta' = 2^2 - 4 \times (-2) \times 13 = 108$  et ses racines sont

$$x_1' = \frac{-2-\sqrt{108}}{2 \times (-2)} = \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad x_2' = \frac{-2+\sqrt{108}}{2 \times (-2)} = \frac{1-3\sqrt{3}}{2}$$

- On obtient le tableau de signe :

$x$	$-\infty$	$\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$	$-2$	$3$	$\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	
$-2x^2+2x+13$	$-$	$0$	$+$	$+$	$+$	$0$	$-$
$x^2-x-6$	$+$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$+$
$\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}$	$-$	$0$	$+$	$-$	$+$	$0$	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$  est :

$$S = \left[ \frac{1-3\sqrt{3}}{2}; -2 \right] \cup \left[ 3; \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \right]$$

III) Equations et inéquations de 1<sup>ère</sup> degré à deux inconnues :

## Activité :

1) Considérons l'équation :  $(E) : (x; y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 5y = 10$ 

a) Vérifier que le couple (0; 2) est solution de l'équation (E)

b) Est-ce que le couple (2; 0) est solution de l'équation (E)

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  l'équation (E)1) Considérons dans le plan (D) l'ensemble des point  $M(x; y)$  tel que  $2x + 5y = 10$ 

Tracer l'ensemble (D) dans un repère orthonormé

Noté sur la figure le demi plan  $(P_1)$  de bord la droite (D) qui contient le point O(0; 0) et l'autre demi plan sera noté  $(P_2)$ 2) Considérons l'inéquation :  $(I) : (x; y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 5y \leq 10$ a) Prendre plusieurs points quelconque de  $(P_1)$  puis vérifier si leurs coordonnées (x; y) vérifie l'inéquation : (I)b) Prendre plusieurs points quelconque de  $(P_2)$  puis vérifier si leurs coordonnées (x; y) vérifie l'inéquation : (I)

c) Résoudre graphiquement l'inéquation (I)

## Solution :

1) Considérons l'équation :  $(E) : (x; y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 5y = 10$ a) Pour  $x=0$  et  $y=2$  l'équation est vérifiée donc le couple (0; 2) est solution de l'équation

b) Par exemple le couple (2; 0) n'est pas une solution de (E)

c) Pour trouver tous les couples qui vérifie (E) on cherche x en fonction de y ou bien y en fonction de x

Donc le couple (x; y) est solution de (E) revient à dire que

$$x = \frac{10-5y}{2} \quad \text{et} \quad y \in \mathbb{R}$$

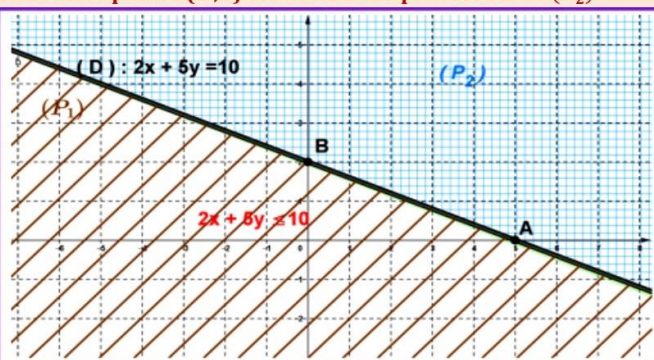
Donc l'ensemble des solutions de (E) est  $S = \left\{ \left( \frac{10-5y}{2}; y \right); y \in \mathbb{R} \right\}$ 2) Considérons dans le plan l'ensemble des point  $M(x; y)$  tel que  $2x + 5y = 10$ 

Donc l'ensemble est la droite (D) d'équation cartésienne

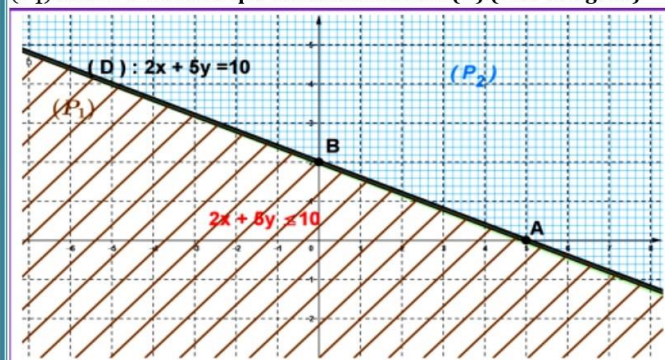
$$2x + 5y = 10$$

Pour tracer la droite (D) on cherche deux points A et B de (D)

Par exemple A(5; 0) et B(0; 2) appartient à (D)

Noté sur la figure le demi plan  $(P_1)$  de bord la droite (D) qui contient le point O(0; 0) et l'autre demi plan sera noté  $(P_2)$ 3) Considérons l'inéquation :  $(I) : (x; y) \in \mathbb{R}^2; 2x + 5y \leq 10$ a) Prendre plusieurs points quelconque de  $(P_1)$  puis vérifier si leurs coordonnées (x; y) vérifie l'inéquation : (I)Par exemple les points O; A; B et C(1; 1) ..... de demi plan  $(P_1)$  leurs coordonnées vérifie l'inéquation : (I)b) Prendre plusieurs points quelconque de  $(P_2)$  puis vérifier si leurs coordonnées (x; y) vérifie l'inéquation : (I)Par exemple les points D(0; 3); E(3; 3) et F(4; 10) ..... de demi plan  $(P_2)$  leurs coordonnées ne vérifie pas l'inéquation : (I)

c) Résoudre graphiquement l'inéquation (I)

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est le demi plan  $(P_1)$  fermé c'est-à-dire qui contient la droite (D) (Voir la figure)

## Exercice 08

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  l'équation :  $x + 2y + 1 = 0$ 2) Tracer la droite (D):  $x + 2y + 1 = 0$  dans un repère orthonormé3) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $x + 2y + 1 \leq 0$



www.coursfacile.com		Cours 2 : Equation -inéquation-système	1BAC ECO Page 7
<b>IV) Système de deux équations de premier degré à deux inconnues</b>		<b>2) Méthode des combinaisons linéaires</b>	
<b>1) Méthode de substitution</b>		<b>Exercice 13</b>	
Résoudre le système d'équations par la méthode de substitution		Résoudre les systèmes d'équations par la méthode des combinaisons linéaires :	
$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$		$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$	
<b>Solution</b>		<b>Solution</b>	
$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$		$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad \times 2 \quad \text{On multiplie la 1re équation par 2...}$	
$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$		$\begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$	
On isole facilement l'inconnue $x$ dans la 2 <sup>e</sup> équation.		... pour obtenir le même coefficient devant une des inconnues.	
$\begin{cases} 3(14 + 4y) + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$		$\begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ -6x + 3y = 15 \end{cases}$	
On remplace $x$ par $14 + 4y$ dans la 1 <sup>re</sup> équation (substitution).		$6x - 6x - 4y - 3y = 22 - 15$	
$\begin{cases} 42 + 12y + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$		$\begin{aligned} -4y - 3y &= 22 - 15 \\ -7y &= 7 \\ y &= \frac{7}{-7} \\ y &= -1 \end{aligned}$	
$\begin{cases} 14y = -42 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$		On remplace $y$ par $-1$ dans une des deux équations (au choix).	
$\begin{cases} y = -\frac{42}{14} = -3 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$		Par exemple dans $3x - 2y = 11$	
$\begin{cases} y = -3 \\ x = 14 + 4 \times (-3) \end{cases}$		$\begin{aligned} 3x - 2 \times (-1) &= 11 \\ 3x + 2 &= 11 \\ 3x &= 11 - 2 \\ 3x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$	
On remplace $y$ par $-3$ dans la 2 <sup>e</sup> équation.		La solution du système est le couple $(3; -1)$ et on note :	
$\begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$		$S = \{(3; -1)\}$	
La solution du système est le couple $(2; -3)$ et on note :			
$S = \{(2; -3)\}$			

www.coursfacile.com		Cours 2 : Equation -inéquation-système	1BAC ECO Page 8
<b>3) Méthode de GRAMER</b>		<b>Exercice 14</b>	
<b>Définition et théorème :</b>		Résoudre les systèmes par la méthode des déterminants :	
Soient $a; b; c; a'; b'$ et $c'$ des nombres réels		$(S_1): \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases} \quad (S_3): \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$	
On considère le système $(S); (x; y) \in \mathbb{R}^2: \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$		<b>Solution</b>	
Le nombre $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ est appelé le déterminant du système $(S)$		$(S_1): \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$	
Le nombre $\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb' - c'b$ est appelé le déterminant pour déterminer $x$		$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 12 = 21$	
Le nombre $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = ac' - a'c$ est appelé le déterminant pour déterminer $y$		$\Delta_x = \begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 15 & 3 \end{vmatrix} = 33 + 30 = 63$	
Si $\Delta \neq 0$ alors le système est appelé système de GRAMER		$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 6 & 15 \end{vmatrix} = 45 - 66 = -21$	
Le système admet une unique solution c'est le couple $(\frac{\Delta_x}{\Delta}; \frac{\Delta_y}{\Delta})$		On a $\Delta \neq 0$ donc $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{63}{21} = 3$ et $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-21}{21} = -1$	
Donc l'ensemble des solutions de $(S)$ est		Donc l'ensemble des solutions de $(S)$ est $S = \{(3; -1)\}$	
$S = \left\{ \left( \frac{\Delta_x}{\Delta}; \frac{\Delta_y}{\Delta} \right) \right\}$		$(S_2): \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases}$	
Si $\Delta = 0$		$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$	
Cas 01 : Si $\Delta_x \neq 0$ ou $\Delta_y \neq 0$		$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 2 = 2$	
Le système n'admet pas des solutions		On a $\Delta = 0$ et $\Delta_x \neq 0$	
Donc l'ensemble des solutions de $(S)$ est $S = \emptyset$		Donc l'ensemble des solutions de $(S)$ est $S = \emptyset$	
Cas 02 : Si $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$		$(S_3): \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$	
Le système se ramène à une seule équation		$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$	
$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ équivaut à } ax + by = c$		$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$	
Donc c'est une équation à deux inconnus qui a une infinité des solutions ; d'où l'ensemble des solutions de $(S)$ est :		$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{vmatrix} = -6 + 6 = 0$	
$S = \left\{ (x; y): x = -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a} \right\} \text{ si } a \neq 0 \text{ ou } S = \left\{ (x; y): y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \right\} \text{ si } b \neq 0$		Donc $\Delta = 0$ et $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$ , donc le système est équivalent à l'équation $3x - 2y = 1$ donc $x = \frac{1+2y}{3}$ , donc $S = \left\{ (x; y): x = \frac{1+2y}{3} \right\}$	