

Exercices sur le logarithme décimal

1. Soient a et $b \in \mathbb{R}_+^*$.

Simplifier:

- (a) $\log 0,1 \cdot \left(a^2 \sqrt{\frac{b^2}{a}} \right)^3 \frac{a}{b^3}$
- (b) $\log \left(\frac{10a^3b^{-2}}{a\sqrt{a^2b^3}} \right)^3 \left(\frac{a^{-4}b^3}{100\sqrt[4]{b^2a}} \right)^{-2}$
- (c) $\log \frac{0,001 \left(\sqrt[3]{a^4b^{-2}} \right)^3}{\sqrt{b^3} \sqrt[4]{a^3}}$
- (d) $\log \left(\frac{10^{-3}a^4 \sqrt[3]{b}}{0,01a^2 \sqrt{a^3b^2}} \right)$

2. Calculer:

- (a) $\log 2 + \log 5$
- (b) $2\log 5 + \log 12 - \log 3$

3. Si $\log 2 = \alpha$, exprimer en fonction de α :

$\log 4$; $\log 16$; $\log 40$; $\log \frac{1}{4}$; $\log 0,2$

4. Si $\log b = a$ avec $b \in \mathbb{R}_+^*$, alors déterminer:

$\log 10b$; $\log \frac{b}{100}$; $\log \frac{1}{b}$; $\log \sqrt{b}$; $\log b^5$; $2\log 3b + \log \sqrt[5]{b} - \log 9$

5. Déterminer $\text{dom} f$ et simplifier $f(x)$ si possible:

- (a) $f(x) = \log(4 - 3x)$
- (b) $f(x) = \log(4 - x^2)$
- (c) $f(x) = \log \frac{(2x - 3)^3}{2 - x}$
- (d) $f(x) = \log \frac{4x - 1}{x - 3}$
- (e) $f(x) = \log |5x - 1|$

$$(f) f(x) = \log \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 + 3x + 2}$$

$$(g) f(x) = \log \frac{(1+x^2)^3}{\sqrt{x} + \sqrt{1+x^2}}$$

6. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes:

(a) $\log x = 1$

(b) $\log x = 3$

(c) $\log x = -4$

(d) $\log(x+4) + \log x = 0$

(e) $\log(x+3) + \log(x+5) = \log 15$

(f) $\log(x+1) = 3 - \log(1-2x)$

(g) $\log(1-x) - \log(x+1) = -2$

(h) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log 3 + 4 \log 2$

(i) $\log(x^2 + 5x + 6) = \log(x+11)$

(j) $\log(1-5x) - \log(x+1) = -1$

7. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes:

(a) $(\log x)^2 - 3 \log x - 4 = 0$

(b) $2(\log x)^2 - \log x + 1 = 0$

(c) $(\log x)^2 + \log x - 12 = 0$

8. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes:

(a) $\log x > \frac{1}{2}$

(b) $2 \log x \leq -3$

(c) $\log |2x+1| + \log |x+3| < 1$

(d) $\log 24 + \log(3-x) < \log(x+1) + \log(25x-49)$

(e) $\log(3x^2 - x - 2) > \log(6x+4)$

(f) $\log(x+2) + \log(x-4) < 2 \log(x-1)$