

Statistiques

Présentation globale

- Tableaux statistiques ; L'effectif, la fréquence, les pourcentages, L'effectif cumulé, les fréquences cumulées ;
- Représentations graphiques : diagramme en bâtons, diagramme en rubans, diagramme sectoriel, histogrammes ;
- Paramètres de position, la moyenne, le mode(ou la dominante);
- Paramètres de dispersion: l'écart moyen, la variance, l'écart type.

Capacités attendues

- Organiser des données statistiques ;
- Lire des tableaux et des diagrammes statistiques ;
- Calcul et interprétation des paramètres statistiques.

Recommandations pédagogiques

- On se basera sur des exemples de la vie courante ou issus des autres disciplines (Histoire – Géo, Biologie, Chimie...), des situations authentiques, afin d'initier les élèves à collecter des données statistiques, les organiser dans des tableaux et les représenter graphiquement ;
- Le calcul des paramètres statistiques et leurs interprétations, se fera dans le but de répondre à des questions liées à l'étude de phénomènes et à faire des déductions.

I. Population statistique /Caractère:

1) Etude d'exemples: Regardons les exemples suivants:

Exemple 1: L'étude suivante donne les notes de 20 élèves :

9–8–10–12–10–8–15–18–16–15–12–12–10–10–9–8–15–12–8–10

$x_7 = 18$	$x_6 = 16$	$x_5 = 15$	$x_4 = 12$	$x_3 = 10$	$x_2 = 9$	$x_1 = 8$	Note
$n_7 = 1$	$n_6 = 1$	$n_5 = 3$	$n_4 = 4$	$n_3 = 5$	$n_2 = 2$	$n_1 = 4$	Effectif
20	19	18	15	11	6	4	Effectif cumulé

Exemple 2

Les vitesses de 150 voitures ont été détectées sur l'autoroute entre Rabat et Casa, on a obtenu le tableau suivant :

[130,150[[110,130[[90,110[[70,90[[50,70[Vitesse
15	25	60	40	10	Effectif
150	135	110	50	10	Effectif cumulé

Exemple 3

le tableau ci-dessous représente le nombre de buts par match durant la Coupe du monde de football de 2010 :

Nombre de buts x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de matchs n_i	7	17	13	14	8	6	0	1

Les valeurs x_i du caractère étudié sont les "nombres de buts".
Les effectifs n_i correspondants sont les "nombres de matchs".

2) Définitions :

Population statistique :

La population statistique est l'ensemble qui fait l'objet de l'étude. et chaque élément de cet ensemble est

x_7	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	Note
n_7	n_6	n_5	n_4	n_3	n_2	n_1	Effectif

appelé « individu » ou « unité statistique »

Dans exemple1 la population statistique est l'ensemble des élèves. Dans

exemple2 : la population statistique est l'ensemble des voitures

Caractère : la propriété qu'on veut étudier " chez une population statistique s'appelle « le caractère » ou « la variable statistique ». " le caractère peut être quantitatif ou qualitatif.

Le caractère quantitatif est un caractère qui peut s'exprimer par des nombres

(Dans exemple1 c'est la note)

on distingue le caractère quantitatif discret et le caractère quantitatif continu.

Caractère discret :

Le caractère quantitatif discret est celui qui prend des valeurs isolées, comme les notes des élèves (dans exemple1) ou le numéro du mois de naissance d'un élève par exemple.

Caractère continu : Le caractère quantitatif continu est celui qui prend des valeurs très proches, dans ce cas les valeurs du caractère sont rassemblées dans des intervalles qu'on appelle aussi des « classes », comme les hauteurs des élèves par exemple.

2) Caractère quantitatif : Le caractère qualitatif est un caractère qui ne peut pas s'exprimer par des nombres, comme la couleur du cheveu des élèves ou leur groupe sanguin ou leur sexe.

II. Effectif – fréquence– pourcentage

n_i est appelé « Effectif» relative à la valeur x_i

$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7$ Le nombre N représente l'effectif total.

$f_i = \frac{n_i}{N}$ est appelé « fréquence » relative à la valeur x_i et

$p_i = 100f_i$ est appelé le pourcentage relatif à la valeur x_i

Dans exemple1 $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 20$

$p_1 = f_1 \times 100 = \frac{100}{5} = 20\%$ est appelé le pourcentage relatif à la valeur x_1

L'écart-moyen e d'une série statistique de moyenne \bar{x} dont les valeurs du caractère sont $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ et les effectifs correspondants sont $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ est égale à :

$$e = \frac{n_1 \times |x_1 - \bar{x}| + n_2 \times |x_2 - \bar{x}| + \dots + n_k \times |x_k - \bar{x}|}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

3) Variance

Définitions : La variance V d'une série statistique de moyenne \bar{x} dont les valeurs du caractère sont $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ et les effectifs correspondants sont $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ est égale à :

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k \times (x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

- L'écart-type σ d'une série statistique de variance V est égal à : $\sigma = \sqrt{V}$

Exemple : Dans exemple3

la variance est égale à :

$$V = \frac{7 \times \left(0 - \frac{7}{3}\right)^2 + 17 \times \left(1 - \frac{7}{3}\right)^2 + 13 \times \left(2 - \frac{7}{3}\right)^2 + 14 \times \left(3 - \frac{7}{3}\right)^2 + 8 \times \left(4 - \frac{7}{3}\right)^2 + 6 \times \left(5 - \frac{7}{3}\right)^2 + 0 \times \left(6 - \frac{7}{3}\right)^2 + 1 \times \left(7 - \frac{7}{3}\right)^2}{66}$$

$$\approx 2,4646$$

L'écart-type est $\sigma \approx \sqrt{2,4646} \approx 1,57$

Ainsi l'écart-type est environ égal à 1,57 buts.

Remarque : L'écart-type exprime la dispersion des valeurs d'une série statistique autour de sa moyenne. Les valeurs extrêmes influencent l'écart-type.

Exemple : Soit la série statistique suivante

7	2	1	Caractère
1	4	5	Effectif

$$\text{La moyenne est : } m = \frac{5 \times 1 + 4 \times 2 + 1 \times 7}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

L'écart-moyen est égale à :

$$e = \frac{5 \times |1-2| + 4 \times |2-2| + 1 \times |7-2|}{10} = \frac{5 \times |-1| + 4 \times |0| + 1 \times |5|}{10}$$

$$e = \frac{5 \times 1 + 4 \times 0 + 1 \times 5}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

La variance V est égale à :

$$V = \frac{5 \times |1-2|^2 + 4 \times |2-2|^2 + 1 \times |7-2|^2}{10} = \frac{5 \times |-1|^2 + 4 \times |0|^2 + 1 \times |5|^2}{10}$$

$$V = \frac{5 \times 1 + 4 \times 0 + 1 \times 25}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

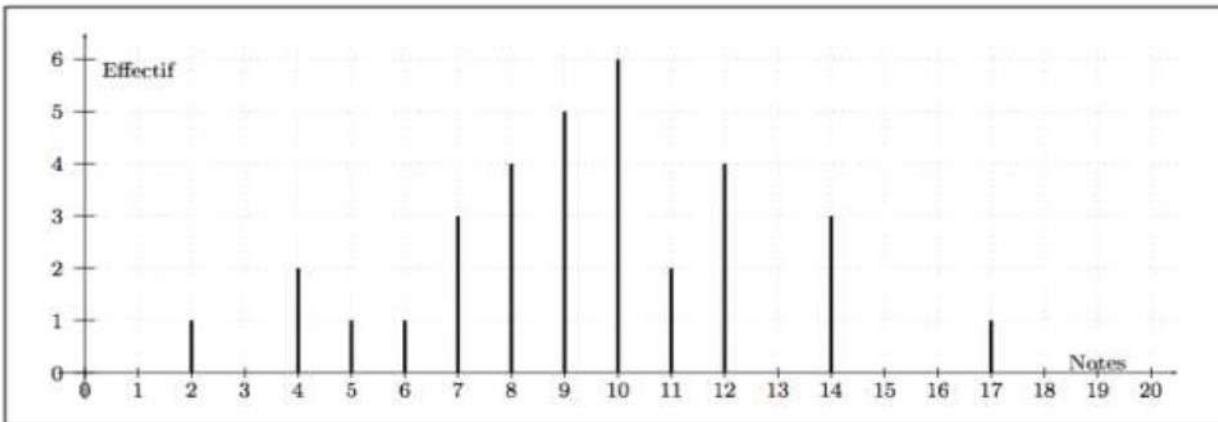
L'écart-type est égale à : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{3}$

IV. Représentations graphiques :

1) Diagramme en bâtons

Lorsque le caractère étudié est quantitatif discret, on peut représenter la série statistique par un diagramme en bâtons : La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) associée à chaque valeur.

Exemple : Voici le diagramme en bâtons représentant une série de notes obtenues par une classe à un contrôle.



Recopiez et complétez le tableau suivant :

Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif													
pourcentage (%)													

Solution :

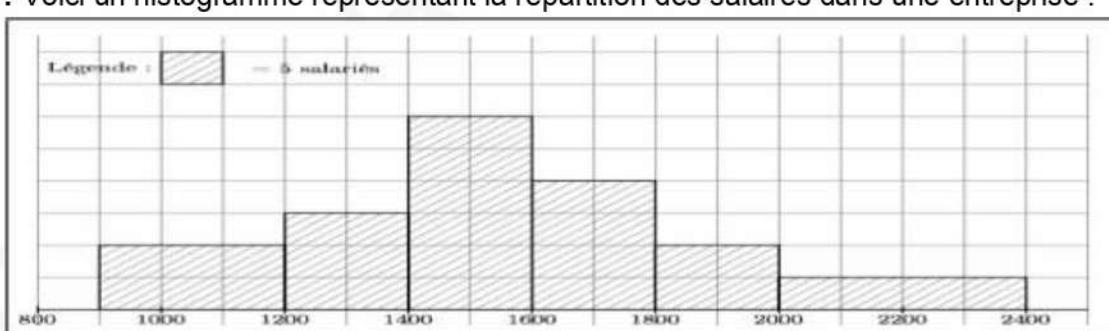
Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif	1	2	1	1	3	4	5	6	2	4	3	1	33
pourcentage(%)	3%	6%	3%	3%	9%	12%	15%	18%	6%	12%	0%	3%	100%

2) Histogramme

Lorsque le caractère étudié est quantitatif continu, et lorsque les données sont regroupées en classes, on peut représenter la série par un histogramme : l'aire de chaque rectangle est alors proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associée à chaque classe.

Lorsque les classes ont la même amplitude, c'est la hauteur de chaque rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.

Exemple : Voici un histogramme représentant la répartition des salaires dans une entreprise :



Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Salaires	[900;1200[[1200;1400[[1400;1600[[1600;1800[[1800;2000[[2000;2400[Total
Effectif							
Fréquence							

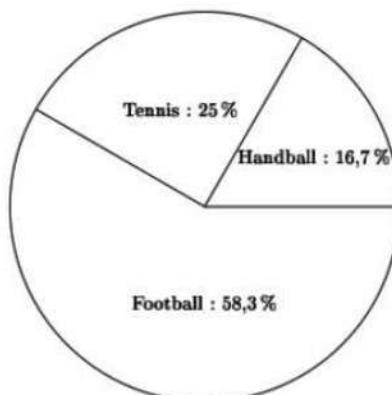
Solution

Salaires	[900;1200[[1200;1400[[1400;1600[[1600;1800[[1800;2000[[2000;2400[Total
Effectif	30	30	60	40	20	20	200
Fréquence	0,15	0,15	0,3	0,2	0,1	0,1	1

3)diagramme circulaire ou semi-circulaire

Lorsque le caractère est qualitatif, on représente la série par un diagramme circulaire ou semi-circulaire (camembert) : La mesure de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associée à la valeur du caractère.

Exemple : Voici un diagramme circulaire représentant la répartition des adhérents à un club sportif.



Sachant que le club compte 240 adhérents, combien d'adhérents jouent ...

- Au football ?
- Au tennis ?
- Au handball ?

Solution : On multiplie l'effectif total (240) par la fréquence de chaque caractère indiquée dans le camembert pour obtenir l'effectif du caractère. Ainsi :

- Football : $240 * 0,583 = 140$
- Tennis : $240 * 0,25 = 60$
- Handball : $240 * 0,167 = 40$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

