

Cours : FONCTIONS - Généralités

Avec Exercices avec solutions

Présentation globale

- 1) Domaine de définitions.
- 2) Fonctions paires et Fonctions impaires et interprétations géométriques
- 3) Fonctions majorées ; minorées ; bornée
- 4) comparer deux fonctions et interprétations géométriques
- 5) Les variations d'une fonction numérique
- 6) Les extremums d'une fonction numérique

1) Domaine de définition d'une fonction

1°) Exemples de définitions

Exemple1 : voici des exemples de fonctions numériques :

$$f(x) = 3x \quad ; \quad g(x) = 2x + 3 \quad ; \quad h(x) = 2x^2 \quad ; \quad M(x) = -2x^2 + 5x - 1 \quad ; \quad N(x) = \frac{-2}{x}$$

Exemple2 : Soit la fonction f définie par, $f(x) = 3x^2 - 1$

Calculer l'image de 1 et $\sqrt{2}$ et -1 par f .

Solution : $f(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 3 - 1 = 2$ et $f(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 - 1 = 6 - 1 = 5$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

2°) Domaine de définitions

ACTIVITE : 1) On considère la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

Solution : 1) $f(0) = \frac{1}{0-3} = -\frac{1}{3}$ donc 0 a une image par f c'est : $-\frac{1}{3}$

$$f(2) = \frac{1}{2-3} = -1 \quad \text{Donc 2 a une image par } f \text{ c'est : } -1$$

$$f(-3) = \frac{1}{-3-3} = -\frac{1}{6} \quad \text{Donc -3 a une image par } f \text{ c'est : } -\frac{1}{6}$$

$$f(3) = \frac{1}{3-3} = \frac{1}{0} \quad \text{!!!!!!} \quad \text{Mais } \frac{1}{0} \text{ n'existe pas en math donc 3 n'a pas d'images par } f$$

Définition : Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image par cette fonction est appelé ensemble de définition de la fonction f , que l'on notera D_f

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \in \mathbb{R}\}$$

Exemples : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x) = 2x + 1$. 2) $g(x) = 3x^2 - x + 1$ 3) $h(x) = \frac{3}{x}$

4) $M(x) = \frac{3}{2x-4}$. 5) $N(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$. 6) $K(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$.

Solution : 1) $f(x) = 2x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_f = \mathbb{R}$

2) $g(x) = 3x^2 - x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_g = \mathbb{R}$

3) $h(x) = \frac{3}{x}$ Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est l'ensemble

des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_h = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

Donc $D_h = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

On dira aussi que 0 est une valeur interdite pour la fonction h

4) $M(x) = \frac{x^3}{2x - 4}$. Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est

l'ensemble des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_M = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\}$

$2x - 4 = 0$ ssi $x = \frac{4}{2} = 2$ Donc $D_M = \mathbb{R} - \{2\}$

On dira aussi que 2 est une valeur interdite pour la fonction M

5) $N(x) = \frac{2x^4}{x^2 - 4}$. $D_N = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0\}$

$x^2 - 4 = 0$ Signifie $x^2 - 2^2 = 0$ Signifie $(x-2)(x+2) = 0$

Signifie $x-2=0$ ou $x+2=0$ Signifie $x=2$ ou $x=-2$

Donc $D_N = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

6) $K(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x}$. $D_K = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\}$

$x^3 - 2x = 0$ Signifie $x(x^2 - 2) = 0$ Signifie $x = 0$ ou $x^2 - 2 = 0$

Signifie $x = 0$ ou $x^2 = 2$ Signifie $x = 0$ ou $x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

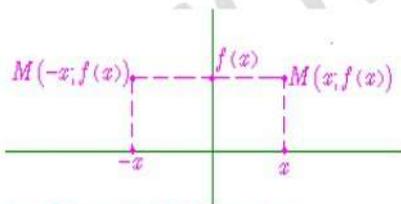
Donc : $D_K = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$

2) Fonctions paires et Fonctions impaires

a. Fonction paire

On dit qu'une fonction f est paire si et seulement si :

1. Son ensemble de définition est centré
2. Pour tout réel x de D_f , on a : $f(-x) = f(x)$



b. Fonction impaire

On dit qu'une fonction f est impaire si et seulement si :

1. Son ensemble de définition est centré,
2. Pour tout réel x de D_f , on a : $f(-x) = -f(x)$

Exemples 1 : Soit f une fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 5$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Montrer que f est une fonction paire
- 3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Solution : 1) f est une fonction polynôme : Donc $D_f = \mathbb{R}$

2) Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = 3(-x)^2 - 5 = 3x^2 - 5$$

$$f(-x) = f(x)$$

Donc f est une fonction paire,

3) la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par à l'axe des ordonnées.

Exemples2 : Soit g une fonction définie par : $g(x) = \frac{3}{x}$

1) Déterminer le domaine de définition de g

2) Montrer que g est une fonction impaire

3) Donner une interprétation géométrique (la courbe représentative de f)

Solution : 1) On a $g(x) \in \mathbb{R}$ si et seulement si : $x \neq 0$

Donc : $D_g = \mathbb{R}^*$

2)

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

$$g(-x) = \frac{3}{-x} = -\frac{3}{x}$$

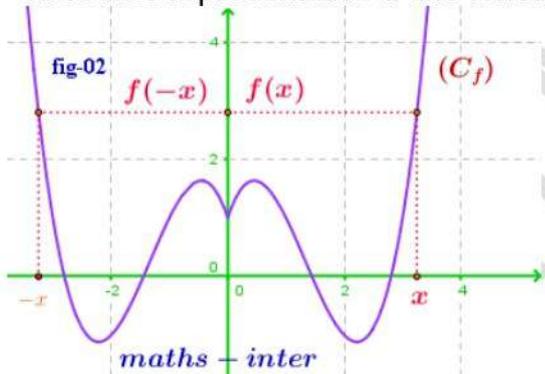
$$g(-x) = -g(x)$$

Donc g est une fonction impaire,

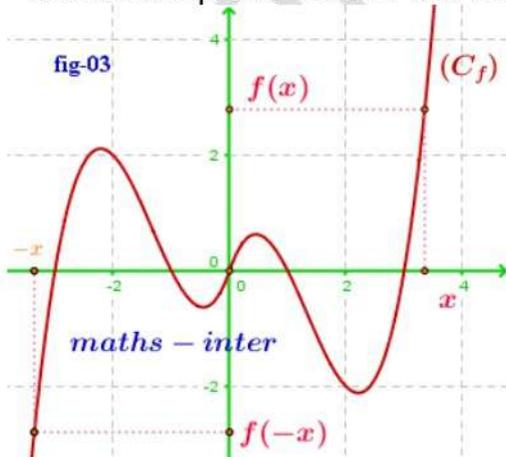
3) la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

c. le graphe et la parité de la fonction

- la courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par à l'axe des ordonnées.



- la courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.



Exercice : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par

1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$. 2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$. 3) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$

Solution : 1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ on a $f(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

- $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{-x} = -\frac{x^2 - 1}{x}$

$f(-x) = -f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ on a $f(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$

Donc $D_f = \mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

- $f(-x) = (-x)^2 + \frac{1}{-x} = x^2 - \frac{1}{x} = \left(-x^2 + \frac{1}{x}\right)$

$f(-x) \neq -f(x)$

Donc f est une fonction ni paire ni impaire,

3) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$.

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 5 \neq 0\}$

$x^2 + 5 = 0$ ssi $x^2 = -5$ pas de solutions

Donc $D_f = \mathbb{R}$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$

- $f(-x) = \frac{2(-x)^3}{(-x)^2 + 5} = \frac{-2x^3}{x^2 + 5}$

$f(-x) = -f(x)$

Donc f est une fonction impaire

3) Les variations d'une fonction numérique

3-1) Sens de variation d'une fonction : fonction croissante -décroissante

Définition : Soit f une fonction et D_f son domaine de définition

Et soit I un intervalle inclus dans D_f

- Dire f que est strictement croissante sur I (croissante sur I) signifie que :

Si $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ tq $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) \leq f(x_2)$)

Rq : Une fonction croissante « conserve l'ordre ».

- Dire f que est strictement décroissante sur I (décroissante sur I) signifie que :

Si $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ tq $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) > f(x_2)$ ($f(x_1) \geq f(x_2)$)

Rq : Une fonction décroissante « inverse l'ordre ».

- Dire f que est constante sur I signifie que :

Si $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ tq $x_1 < x_2$

alors $f(x_1) = f(x_2)$

- Une fonction définie sur un intervalle I est monotone sur cet intervalle si elle est : soit croissante sur I soit décroissante sur I

Exemple1 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 7x - 5$

Montrer que f est strictement croissante sur \mathbb{R}

Solution : f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 < x_2$

Donc $7x_1 < 7x_2$ car $7 > 0$

Donc $7x_1 - 5 < 7x_2 - 5$

Alors $f(x_1) < f(x_2)$ d'où f est strictement croissante sur \mathbb{R}

Exemple2 : Soit f une fonction tel que : $g(x) = -2x + 3$

Montrer que f est strictement décroissante sur \mathbb{R}

Solution :

Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 < x_2$

Donc $-2x_1 > -2x_2$ car $-2 < 0$

Donc $-2x_1 + 3 > -2x_2 + 3$ Alors $g(x_1) > g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur \mathbb{R}

Exercice : Soit f une fonction tel que : $g(x) = \frac{2}{x}$

1) Déterminer le domaine de définition de g

2) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$

3) Montre que g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$

4) Donner le tableau de variation de g

Solution : 1) $g(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$

Donc $D_g = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

2) Soient $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$ tel que $x_1 < x_2$

Donc $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ Donc $\frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2}$ car $2 > 0$

Alors $g(x_1) > g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$

3) Soit $x_1 \in]-\infty; 0]$ et $x_2 \in]-\infty; 0]$ tel que $x_1 < x_2$

Donc $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ $\frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2}$ car $2 > 0$

Alors $g(x_1) > g(x_2)$ d'où g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$

4) tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

3-2) Le taux d'accroissement d'une fonction

a) **Définition** : Soit f une fonction et D_f son domaine de définition

Et soient $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ tq $x_1 \neq x_2$

On appelle Le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

Le réel noté $T(x_1; x_2)$ est tq : $T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

b) **Le taux d'accroissement d'une fonction et les variations :**

Propriété : Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I

• On dit que f est strictement croissante (croissante) sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ et $x_1 \neq x_2$

on a $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ ($\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \geq 0$)

• On dit que f est strictement décroissante (décroissante) sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ et

$x_1 \neq x_2$ on a $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ ($\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \leq 0$)

• On dit que f est constante sur I ssi pour tout $x_1 \in I$ et $x_2 \in I$ et $x_1 \neq x_2$ on a $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = 0$

Exemple : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 3x^2 + 2$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Montrer que le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

Est : $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2)$

3) Montrer que : f est croissante sur $[0; +\infty[$

4) Montrer que : f est décroissante sur $] -\infty; 0]$

5) Donner le tableau de variation de f

Solution : 1) f Est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tel que $x_1 \neq x_2$

$$T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(3x_1^2 + 2) - (3x_2^2 + 2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3x_1^2 - 3x_2^2 + 2 - 2}{x_1 - x_2} = \frac{3(x_1^2 - x_2^2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} = 3(x_1 + x_2)$$

3) on a : $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2)$

Soit $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$

Donc $x_1 \geq 0$ et $x_2 \geq 0$ Donc $x_1 + x_2 \geq 0$

Donc $3(x_1 + x_2) \geq 0$ car $3 > 0$

Donc $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2) \geq 0$

D'où f est croissante sur $[0; +\infty[$

4) Soit $x_1 \in]-\infty; 0]$ et $x_2 \in]-\infty; 0]$

Donc $x_1 \leq 0$ et $x_2 \leq 0$ Donc $x_1 + x_2 \leq 0$

Donc $3(x_1 + x_2) \leq 0$ car $3 > 0$

Donc $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2) \leq 0$

D'où f est décroissante sur $] -\infty; 0]$

5) **Résumé : tableau de variation** : $f(0) = 3 \times 0^2 + 2 = 2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

4) comparaison deux fonctions (fonctions positives et négatives)

Fonctions majorées ; minorées et bornée :

6-1) Comparaison de fonctions

Définition 1 : On dit que deux fonction f et g sont égales si et seulement

si : Elles ont même ensemble de définition : $D_f = D_g = \mathbb{R}$

et Pour tout $x \in D_f$: $f(x) = g(x)$ et On écrit : $f = g$

Exemple : Les fonction f et g définies respectivement par :

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ et } g(x) = \frac{1}{x}$$

Sont-elles égales ?

Réponse :

Déterminons leur ensemble de définition :

f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$ et $D_g = \mathbb{R}^*$

On a donc $D_f \neq D_g$. Les fonctions ne sont donc pas égales. On écrit : $f \neq g$

6-2) Définitions

Soit I un intervalle et soient f et g deux fonctions définies

Sur I. On dit que :

- 1) f est inférieure à g sur I lorsque : $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in I$. On note : $f \leq g$ Sur I.
- 2) f est positive sur I lorsque : $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$. On note : $f \geq 0$ sur I.
- 3) f est **majorée** sur I lorsqu'il existe un réel M tel que : $f(x) \leq M$ pour tout $x \in I$
- 4) f est **minorée** sur I lorsqu'il existe un réel m tel que : $m \leq f(x)$ pour tout $x \in I$
- 5) f est **bornée** sur I lorsqu'il existe des réels M et m tels que : $m \leq f(x) \leq M \quad \forall x \in I$.

(f est majorée et minorée)

Interprétation graphique :

- 1) $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in I$ ssi La courbe (C_g) de la fonction g est au-dessus de La courbe (C_f) de f sur l'intervalle I

2) $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$ ssi La courbe (C_f) de la fonction f est au-dessus de l'axe des abscisses sur l'intervalle I

6-3) Exemples :

Exemple1 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x+1$ et $g(x) = x^2 + x + 2$

- 1) Déterminer leur ensemble de définition :
- 2) Comparer les fonctions f et g
- 3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Solution : 1) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ car des fonctions polynômes

$$2) g(x) - f(x) = x^2 + x + 2 - (x+1) = x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Donc : $f(x) < g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ donc $f < g$

3) La courbe (C_g) de la fonction g est au-dessus de la courbe (C_f) de f sur l'intervalle \mathbb{R}

Exemple2 : Soient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = x^2$

- 1) Déterminer leur ensemble de définition :
- 2) Comparer les fonctions f et g
- 3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Solution : 1) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ car des fonctions polynômes

$$2) g(x) - f(x) = x^2 - (x^2 + 1) = -1 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Donc : $g(x) < f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ donc $g < f$

3) La courbe (C_f) de la fonction f est au-dessus de (C_g) La courbe de g sur l'intervalle \mathbb{R}

Exemple3 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + 2$

Démontrer que f est majorée par 2 sur \mathbb{R} .

Solution : $f(x) - 2 = -x^2 + 2 - 2 = -x^2 \leq 0$

Donc $f(x) \leq 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

La fonction f est donc majorée sur \mathbb{R} par $M = 2$

Exemple4 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 1$

Démontrer que f est minoré par 1 sur \mathbb{R} .

Solution : $f(x) - 1 = x^2 + 1 - 1 = x^2 \geq 0$

Donc $1 \leq f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

La fonction f est donc minorée sur \mathbb{R} par $m = 1$

Exemple5 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Démontrer que f est majorée sur \mathbb{R} .
- 3) Démontrer que f est minorée sur \mathbb{R} . Conclure

Solution : 1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\}$

$$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \text{ Pas de solution dans } \mathbb{R}$$

Donc : $D_f = \mathbb{R}$

2) On a $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ donc $x^2 + 1 \geq 0 + 1$

Donc $x^2 + 1 \geq 1$ donc $\frac{1}{x^2 + 1} \leq 1$

Donc : $f(x) \leq 1$ par suite f est donc majorée sur \mathbb{R} par $M = 1$

2) On a $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ donc $x^2 + 1 \geq 0 + 1$

Donc $x^2 + 1 \geq 1$ donc $x^2 + 1 > 0$

Donc : $0 < f(x)$

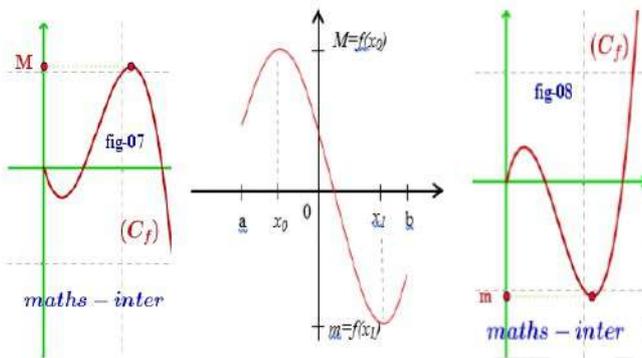
Par suite f est donc minorée sur \mathbb{R} par $m = 0$

Conclusion : $0 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

f est donc bornée sur \mathbb{R} .

5) Les extremums d'une fonction numérique

7-1)) Définitions :



Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle ouvert I et soit $a \in I$

➤ Dire que $f(a)$ est une valeur maximale de f sur I (ou $f(a)$ est un maximum de f sur I)

ssi : $\forall x \in I : f(x) \leq f(a)$

➤ Dire que $f(a)$ est une valeur minimale de f sur I (ou $f(a)$ est un minimum de f sur I) ssi

$\forall x \in I : f(x) \geq f(a)$

7-2) Exemples d'applications :

Exemple 1 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = 5x^2 + 3$

1) Calculer : $f(0)$

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} : f(0) \leq f(x)$

3) En déduire que : $f(0)$ est un minimum absolu de f sur \mathbb{R}

Solution : $f(x) = 5x^2 + 3 \quad D_f = \mathbb{R}$

1) $f(0) = 5 \times 0^2 + 3 = 3$

2) $f(x) - f(0) = 5x^2 + 3 - 3 = 5x^2 \geq 0$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad f(0) \leq f(x)$

3) On a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(0) \leq f(x)$

D'où $f(0)=3$ est un minimum absolu de f sur \mathbb{R}

Exemple2 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -4x^2 + 1$

1) Calculer : $g(0)$

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} : g(x) \leq g(0)$

3) En déduire que : $g(0)$ est un maximum absolu de f sur \mathbb{R}

Solution : $g(x) = -4x^2 + 1 \quad D_g = \mathbb{R}$

1) $g(0) = -4 \times 0^2 + 1 = 1$

2) $g(x) - g(0) = -4x^2 + 1 - 1 = -4x^2 \leq 0$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad g(x) \leq g(0)$

3) On a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \leq g(0)$

D'où $g(0)=1$ est un maximum absolu de g sur \mathbb{R}

Exemple3 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$

1°a) Montrer que : $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) Montrer que : $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2) calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur \mathbb{R}

Solution : 1) a) on a $D_f = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 6 - (2x - 1)^2 &= 6 - (4x^2 - 4x + 1) \\ &= 6 - 4x^2 + 4x - 1 = -4x^2 + 4x + 5 \end{aligned}$$

Donc : $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$

b) Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(2x - 1)^2 \geq 0$

Par suite $-(2x - 1)^2 \leq 0$ donc $6 - (2x - 1)^2 \leq 6$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 6$

2) On a : $f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 - \left(2 \times \frac{1}{2} - 1\right)^2 = 6 - (1 - 1)^2 = 6$

On a pour tout $x \in \mathbb{R} : 6 - (2x - 1)^2 \leq 6$ alors $f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$

Donc $f\left(\frac{1}{2}\right) = 6$ est un maximum de f sur \mathbb{R}

Exemple4 : Du tableau de variation on a :

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Donner une valeur maximale et Minimale de f

Solution : Le nombre 2 est une valeur maximale de f au point $x_0 = 2$

Le nombre 0.5 est une valeur Minimale de f au point $x_0 = -2$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien



Prof. ATMANI NAJIB