PROF : ATMANI NAJIB
1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF
Cours : Dénombrement Avec Exercices avec solutions
www.coursfacile.com

Dénombrer, c'est compter des objets.

I.*Le principe général dénombrement ou* principe multiplicatif

1)Activités

Activité1 : Combien de nombres de deux chiffres différents on peut former avec les chiffres Suivants : 2 ;3 ;4 ?

Solution : les nombres sont : 23 ; 24 ; 32 ; 42 ; 34 ; 43.

Donc : on peut former 6 nombres

Il y'a 3 possibilités pour le chiffre des unités

Il y'a 2 possibilités pour le chiffre des dizaines

Chiffre des unités	Chiffre des dizaines
3	2

D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est : $n=2\times 6=6$

Activité3: On lance une pièce de monnaie 2 fois de suite. Quelle est le nombre de possibilités ?

Solution :

Il y'a 2 possibilités pour la 1 fois : P (pile) ou F (face)

Il y'a 2 possibilités pour la 2 fois : P (pile) ou F (face)

1ere fois	2ere fois
2	2

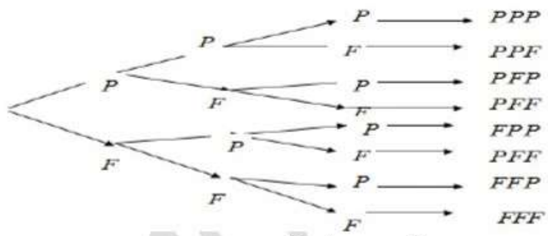
D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est :

L'ensemble des possibilités est : $\Omega=\{PP;FF;PF;FP\}$

$n=2\times 2=4=card\,\Omega$ (Le nombre d'élément de l'ensemble Ω)

Activité4 : On lance une pièce de monnaie trois fois de suite. Quelle est le nombre de possibilités ?

Il y'a 2 possibilités pour la 1 fois : P (pile) ou F (face)
Il y'a 2 possibilités pour la 2 fois : P (pile) ou F (face)
Il y'a 2 possibilités pour la 3 fois : P (pile) ou F (face)



1ere fois	2ere fois	3ere fois
2	2	2

D'après le **principe général dénombrement** le nombres de possibilités est : $n=2\times 2\times 2=8$

L'ensemble des possibilités est : $\Omega=\{PPP;PPF;PFP;PFF;FPP;FPF;FFP;FFF\}$

$8=card\,\Omega$ (Le nombre d'élément de l'ensemble Ω)

2)Si un événement peut se produire de n_1 façons différentes

Et un événement peut se produire de n_2 façons différentes

Et Tous ces événements étant indépendants,

Alors : Le total n des possibilités de l'événement combiné est le produit des possibilités de chaque événement. C'est à dire : $n_1\times n_2$

Exercice : Combien de nombres de trois chiffres on peut former avec les chiffres Suivants : 2 ;5 ;6 et 8 ?

Solution :

Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines
Il y'a 4 possibilités pour le chiffre des centaines

Chiffre unités	Dizaines	Centaines
4	4	4

D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est : $n = 4\times4\times4 = 4^3 = 64$
Donc : on peut former 64 nombres

Exercice : Une classe de 15 garçons et 12 filles.
Il faut un garçon et une fille pour représenter la classe.
Combien de possibilités de choix ?

Solution : 15 possibilités pour choisir un garçon, et
12 possibilités pour choisir la fille.
Il y a 15 x 12 = 180 possibilités.

Exercice : L'association de 20 membres souhaite élire :

- Le président,
- Le secrétaire, et
- Le trésorier.

Combien A-t-il de possibilités d'avoir ces trois responsables. Pas de cumul de fonction.

Solution : Pour le président : 20 possibilités (20 membres).
Pour le secrétaire : 19 possibilités (19 membres restants).
Pour le trésorier : 18 possibilités (18 membres restants).
Le total des possibilités n est le produit :
$n = 20\times19\times18 = 36342$

Exercice : Combien de nombres de deux chiffres tels que : Le chiffre des unités est 0 ou1ou 2 et Le chiffre des dizaines est 5 ou 6 ou 7 ou 8 ?

<u>Solution :</u> On peut former/ $3\times4 = 12$ nombres

Exercice : Soit l'ensemble $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

1)Combien de nombres de 3 chiffres on peut former avec les éléments de E ?
2)Combien de nombres de 3 chiffres différents deux a deux on peut former avec les éléments de E ?

Solutions :
1) Il y'a 9 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 9 possibilités pour le chiffre des dizaines
Il y'a 9 possibilités pour le chiffre des centaines
Le nombre cherché est : $\underbrace{9\times9\times9}_{3\ fois} = 9^3 = 729$

2) Il y'a 9 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 8 possibilités pour le chiffre des dizaines
Il y'a 7 possibilités pour le chiffre des centaines
Le nombre des nombres est $9\times8\times7 = 504$

Exemple2 :
1) de Combien de façons différentes peut - on ranger 5 boules de couleurs différentes dans 4 cases sachant que chaque case peut contenir toutes les boules

Solutions : D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est :
$\underbrace{5\times5\times5}_{4\ fois}\times5 = 5^4 = 625$

II.Arrangements

1)Activité : Combien de nombres de deux chiffres différents on peut former avec les chiffres Suivants : 1 ;2 ;6 ?

Chiffre des unités	Chiffre des dizaines
3	2

Solution : les nombres sont : 12 ; 16 ; 26 ; 62 ;61 ; 21.
Donc : on peut former 6 nombres
Il y'a 3 possibilités pour le chiffre des unités
Il y'a 2 possibilités pour le chiffre des dizaines
D'après le principe général dénombrement le nombres de possibilités est : $n = 2\times 6 = 6$

Le nombre : 12 est un arrangement de 2 chiffres pris parmi 3
Le nombre : 16 est un arrangement de 2 chiffres pris parmi 3
Le nombre : 26 est un arrangement de 2 chiffres pris parmi 3
Le nombre : 62 aussi et aussi les autres

Donc : On a 6 arrangement possible

On note : le nombre de ces arrangements par : A_3^2

$A_3^2 = 3\times(3-1) = 3\times 2 = 6$

2)Arrangements sans répétitions

Le nombre d'arrangements A_n^p sans répétitions de p éléments dans n éléments :

Est égal à : $A_n^p = n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-p+1)$

Exercice : Combien de nombres de 4 chiffres différents on peut former avec les chiffres Suivants : 1 ;2 ;3 ; 5 ; 6 ; 7 : 8 ; 9 ?

Solution : le nombre chercher est : $A_8^4 = 8\times7\times6\times5$ (4 facteurs) (on choisit 4 parmi 8)

Donc : $A_8^4 = 8\times7\times6\times5 = 1680$

Exercice :
Quel est le nombre de mots comportant 5 lettres distinctes ? (Sans se préoccuper du sens des mots)

Solution : Il s'agit clairement d'une situation d'arrangements sans répétitions puisque l'ordre des lettres importe et que l'on requiert qu'elles soient distinctes.
Les lettres de l'alphabet, *i.e.* E= {a, b,...,z} } il Ya : 26
On s'intéresse aux arrangements sans répétitions de 5 éléments prisent parmi 26

Il y en a : $A_{26}^5 = 26\times25\times24\times23\times22 = 7893600$

Exemple 2 : dans un tournoi il Ya 10 participants
Déterminer le nombre de classements des 3 premiers places (on suppose que 2 coureurs ne peuvent pas prendre le même classement

Solution : Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions donc : $A_{10}^3 = 10\times9\times8 = 720$

Exercice : Une urne contient 9 boules numérotées de 1 à 9.
1)On tire 3 boules de l'urne Successivement avec remise
Et on construit un nombre de trois chiffres
Quel est le nombre de nombres possibles ?
2)On tire 3 boules de l'urne Successivement sans remise
Quel est le nombre de nombres possibles ?

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangements avec répétitions (Successivement avec remise)
Il y en a donc : $9^3 = 9\times9\times9 = 729$

2) Il s'agit d'une situation d'arrangements sans répétitions (Successivement sans remise)

Il y en a donc : $A_9^3 = 9\times8\times7 = 504$

Exercice : Calculer : A_4^2 ; A_5^3 ; A_7^4 ; $\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

Solution : $A_4^2 = 4\times3 = 12$ et $A_5^3 = 5\times4\times3 = 60$ et $A_7^4 = 7\times6\times5\times4 = 840$

$$\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5} = \frac{6\times5\times4\times10\times9\times8\times7}{10\times9\times8\times7\times6} = 5\times4 = 20$$

III.Permutations

Activité1 : Combien de nombres de trois chiffres on peut former avec les chiffres Suivants :4 ;5 ;6 ?

Solution : « 456 » s'appelle une permutation

Les nombres sont : « 456 » et « 465 » « 564 » « 546 » « 654 » « 645 »

il y en a donc : $6 = 3\times2\times1$ permutations

$3\times2\times1$ se note $3!$

Théorème : Soit $n \in \mathbb{N}^*$

Le nombre de permutations de n éléments est le nombre **n ! (Factorielle *n*)**

Défini par : $n! = n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times2\times1$

Par convention on pose 0 ! = 1

Exercice : Quelle est le nombre de mots de 4 lettres (avec un sens ou non) :A ; I ; D ;S Qu'on peut former ? (Sans répétitions)

Solution : chaque mot former s'appelle une permutation

Les mots sont : « AIDS » et « AISD » ……….

Il y en a donc : $4! = 4\times3\times2\times1 = 24$ permutations

Donc : le nombre de mots de 4 lettres (avec un sens ou non) :A ; I ; D ;S Qu'on puisse former est 24 mots

Exercice : De combien de façons pouvez-vous ranger 10 livres sur une étagère ?

Solution : 10 ! = 3628800

IV.Combinaisons

Activité : Soit l'ensemble $\Omega = \{a;b;c;d\}$

$card\,\Omega = 4$ (Le nombre d'élément de l'ensemble Ω)

Quelle est le nombre de sous-ensembles à 3 éléments ?

Les sous-ensembles de Ω à 3 éléments sont :

$A_1 = \{a;b;c\}$ Est un sous-ensemble de Ω à 3 éléments

$A_1 = \{a;b;c\}$ Est dite une COMBINAISON de 3 éléments

$A_2 = \{a;b;d\}$ Est une Combinaison de 3 éléments

$A_3 = \{b;c;d\}$ Est une Combinaison de 3 éléments

$A_4 = \{a;c;d\}$ Est une Combinaison de 3 éléments

Il y a : 4 sous-ensembles à 3 éléments

Il y a : donc 4 Combinaisons à 3 éléments

On note par : C_4^3 Le nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 4 éléments

On a donc : $C_4^3 = 4$

Remarque : $C_4^3=\frac{A_4^4}{3!}$ en effet : $\frac{A_4^3}{3!}=\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4=C_4^3$

Propriété : 0 ≤ p ≤ n on a :

Le nombre de combinaisons de p éléments parmi n éléments est le nombre

Que l'on note par : C_n^p et on a : $C_n^p=\frac{A_n^p}{p!}$ et on a aussi : $C_n^p=\frac{n!}{p!(n-p)!}$

$C_n^0=1$; $C_n^1=n$; $C_n^n=1$

Exercice : Calculer : $\frac{12!}{10!}$; $\frac{9!\times7!}{5!\times8!}$; $\frac{9!\times5!}{8!\times3!}$; C_6^3 ; C_6^4; C_7^3; C_7^4; C_6^0; C_7^1; C_7^7

Solution : $\frac{12!}{10!}=\frac{12\times11\times10!}{10!}=12\times11=132$

$\frac{9!\times7!}{5!\times8!}=\frac{9\times8!\times7\times6\times5!}{5!\times8!}=9\times7\times6=378$

$\frac{9!\times5!}{8!\times3!}=\frac{9\times8!\times5\times4\times3!}{8!\times3!}=9\times5\times4=180$

$C_6^3=\frac{A_6^3}{3!}=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=5\times4=20$

$C_7^3=\frac{A_7^3}{3!}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=5\times7=35$ Et $C_7^4=\frac{A_7^4}{4!}=\frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=5\times7=35$

$C_6^0=1$ $C_7^1=7$ $C_7^7=1$

Applications :

1)Tirage simultané

Exemple : Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire **2** boules de l'urne simultanément

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\,\Omega=?$)

2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches

3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges

4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs

5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est : $card\,\Omega=C_8^2=\frac{A_8^2}{2!}=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est : $C_3^2=\frac{A_3^2}{2!}=\frac{3\times2}{2\times1}=3$

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est : $C_5^2=\frac{A_5^2}{2!}=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $C_3^2+C_5^2=3+10=13$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

ET c'est : **X**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : $C_3^1\times C_5^1=3\times5=15$

Methode2 : 28 -13 =**15** possibilités

2) Tirages successifs sans remise

Exemple : Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges
On tire au hasard **2** boules successivement et sans remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\Omega = ?$)
2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches
3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges
4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs
5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\Omega = A_7^2 = 7\times 6 = 42$

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est : $A_3^2 = 3\times 2 = 6$

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est : $A_4^2 = 4\times 3 = 12$

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges

1ier tirage	2er tirage
B 3	B 3

OU

1ier tirage	2er tirage
R 4	R 4

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $A_3^2 + A_4^2 = 6 + 12 = 18$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

B	**R**

OU

R	**B**

c'est : **X** mais attention à l'ordre

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est :

$A_3^1 \times A_4^1 + A_4^1 \times A_3^1 = 3\times 4 + 4\times 3 = 24$

Methode2 : 42 -18= **24** possibilités

3) Tirages successifs avec remise

Exemple : Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges
On tire au hasard **2** boules successivement et avec remise

1) Quel est le nombre de tirages possibles ou le nombre de possibilités ? ($card\Omega = ?$)
2) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches
3) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges
4) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs
5) Quel est le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes

Solution :1)

Le nombre de tirages possibles est : $card\Omega = 7\times 7 = 7^2 = 49$

1ier tirage	2er tirage
7	7

2) le nombre de possibilités de tirer 2 boules blanches est :
$3\times 3 = 3^2 = 9$

1ier tirage	2er tirage
B 3	B 3

3) le nombre de possibilités de tirer 2 boules rouges est :
$4\times 4 = 4^2 = 16$

1ier tirage	2er tirage
R 4	R 4

4) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** c'est : **+**

1ier tirage	2er tirage
B 3	B 3

Ou

1ier tirage	2er tirage
R 4	R 4

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $3^2+4^2=9+16=25$

5) tirer 2 boules de couleurs différentes signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge

ET c'est : **X** mais attention à l'ordre

1ier tirage	2er tirage
B 3	R 4

et

1ier tirage	2er tirage
R 4	B 3

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de couleurs différentes est : $3\times4+4\times3=12+12=24$

Methode2 : 49 -25= **24** possibilités

Exercice : Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.
On tire 2 boules de l'urne simultanément
1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair ?
3. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair ?

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est : $C_7^2=\frac{A_7^2}{2!}=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

2)pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair il suffit de tirer 2 boules pairs **ou** tirer 2 boules impairs

Donc : le nombre est : $C_4^2+C_3^2=\frac{A_4^2}{2!}+\frac{A_3^2}{2!}=\frac{4\times3}{2\times1}+\frac{3\times2}{2\times1}=6+3=9$

Car il Ya 3boules pairs et 4boules impairs

3) pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair il suffit de tirer une boule paire **et** tirer une boule impaire :

Donc : le nombre est : $C_4^1\times C_3^1=4\times3=12$

Exemple2 : UN tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois
Combien doit-on organiser de matchs ?

Solution : Une rencontre est déterminée par le choix de deux équipes parmi 8
Comme il n'y a qu'un match entre deux équipes
(Pas d'aller-retour), le choix (équipe A, équipe B) est identique au choix (équipe B, équipe A). Il y a donc $C_8^2=\frac{8!}{2!(8-2)!}=28$ rencontres possibles

Exemple3 : Le bureau d'une association contient 4 hommes et 5 femmes et on souhaite élire un comité de 2 hommes et 3 femmes
1) Combien de comités peut-on élire ?
2) on suppose que le président H1 et Madame la secrétaire F1 doivent être présent
Combien de comités peut-on élire ?

Solution :1) Il s'agit d'une situation de combinaisons de5 éléments dans un ensemble de 9 éléments (simultanément)

Donc le nombre de comités qu'on peut élire est : $C_4^2 \times C_5^3 = 6\times10 = 60$

2) le nombre est : $C_3^2 \times C_4^3 = 3\times4 = 12$

Exercice4 : À la fin de l'année scolaire, tous les élèves se serre la main. S'il y a 30 élèves, combien de poignées de mains sont échangées ?

Exercice8. Une femme a dans sa garde-robe : 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste.
De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Solution :

Cette femme peut s'habiller de
4×5×3=60 façons

Exercice9 : A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, un d'argent, une de bronze. Combien y-a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr…) ?

Solution : Un tel podium est un arrangement de 3 athlètes choisis parmi l'ensemble des 18 athlètes (l'ordre compte et il ne peut y avoir de répétition, un athlète ne pouvant remporter deux médailles simultanément). Il existe donc :

$A_{18}^3 = \dfrac{18!}{(18-3)!} = \dfrac{18!}{15!} = 18\times17\times16 = 4896$ Podiums différents

Exercice10 : Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?

Solution : Une réponse à ce QCM peut être désignée par une 15-liste de 15 chiffres choisis dans l'ensemble $\Omega = \{1;2;3;4\}$. Le nombre de ces 15-listes est donc de cardinal $(card\Omega)^{15} = 4^{15}$

Exercice11 : Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.

1) Combien de résultats peut-on obtenir ?
2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Solution

1) Un tel choix est donné par un 6-uplet (sextuplé) de 6 chiffres, chacun choisi entre 1 et 6. Pour connaître le nombre de choix, on effectue le produit cartésien de l'ensemble $\{1;2;3;4;5;6\}$ ***6*** fois par lui-même. Il y donc
$6^6 = 46656$ Choix possibles.

2) Si les six chiffres doivent être distincts, un tel choix sera donné par un arrangement de 6 chiffres choisis parmi 6, c'est à-dire une permutation des 6 chiffres. Il aura donc 6 !=720 choix possibles

Exercice15 : Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués
Quel est le nombre de choix possibles ?

Solution : Les délégués sont choisis sans ordre

Les choix simultanés de 2 délégués parmi les 32 élèves sont au nombre de $C_{32}^2 = 496$

Exercice16 : Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

1) Quel est le nombre d'échantillons différents possibles ?
2) Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire ?
3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire ?

Solution :

1) Le nombre de d'échantillons différents est égal au nombre de choix de 4 personnes parmi les 30, soit $C_{30}^4 =$ 27405

2) Le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire est égal au nombre de choix de 4 personnes parmi les 30-12=18 non célibataires, soit $C_{18}^{4}=3060$

3) Le contraire de « au moins un célibataire » est « aucun célibataire ».
Le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire est égal au nombre total d'échantillons diminué du nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire. Ces deux nombres ayant été déterminés dans les deux questions précédentes, on conclut que le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire est égal à $C_{30}^{4}-C_{18}^{4}=27405-3060=24345$

Exercice17 : Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré. Calculer les possibilités :

a) De ne tirer que 3 jetons verts ;
b) De ne tirer aucun jeton vert
c) De tirer au plus 2 jetons verts ;
d) De tirer exactement 1 jeton vert.

2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac.
Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

Solution :

1) Tirages successifs sans remise de 3 jetons

a) Notons A l'événement « Tirer 3 jetons verts ».

On a $card(A)=A_{5}^{3}$

b) Notons B l'événement « Ne tirer aucun jeton vert ». On a $card(B)=A_{4}^{3}$

c) Notons C l'événement « Tirer au plus 2 jetons verts » cad : Ne tirer aucun vert ou Tirer exactement 1 vert ou Tirer exactement 2 verts

$card(C)=A_{9}^{3}+3A_{5}^{1}A_{4}^{2}+3A_{5}^{2}A_{4}^{1}$

2) a) Notons A l'événement « Tirer 3jetons verts ». On a $card(A)=C_{5}^{3}$

b) Notons B l'événement

« Ne tirer aucun jeton vert ». On a $card(b)=C_{4}^{3}$

c) Notons C l'événement « Tirer au plus 2 jetons verts »
C'est-à-dire Ne tirer aucun vert ou Tirer exactement 1 vert
Ou Tirer exactement 2 verts : $C_{9}^{3}+C_{5}^{1}C_{4}^{2}+C_{5}^{2}C_{4}^{1}$

d) Soit D l'événement « Tirer exactement 1 jeton vert ». $C_{5}^{2}C_{4}^{1}$

Exercice19 : Une course oppose 20 concurrents, dont Ahmed.

1. Combien Ya-t-il de podiums possibles ?
2. Combien Ya-t-il de podiums possibles où Ahmed est premier ?
3. Combien Ya-t-il de podiums possibles dont Ahmed fait partie ?
4. On souhaite récompenser les 3 premiers en leur offrant un prix identique à chacun.

Combien Ya-t-il de distributions de récompenses possibles ?

Solution : 1) Pour le premier, on a 20 choix possibles, pour le second 19, pour le troisième 18.
Le nombre de podiums possibles est donc égal à 20×19×18=6840.

2)Le premier concurrent est Ahmed. Pour les autres places, il y a 19 puis 18 choix possibles ; Le nombre de podiums ainsi constitués est de 19×18.

3)Il y a trois choix possibles pour la place

D'Ahmed. Une fois ce choix fixé, il y a 19 choix possibles pour la première des deux autres places, puis 18 choix possibles pour la seconde des deux autres places. Le nombre de podiums vérifiant ces conditions est donc de 3×19×18.

4)L'ordre n'est plus important, et on cherche le nombre de choix de 3 concurrents parmi 20, c'est-à-dire $C_{20}^{3}=1140$

Exercice21 : Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chacun des chiffres pouvant être un chiffre de 1 à 9.

1)1-1) Combien y-a-t-il de codes possibles ?

1-2) Combien Ya-t-il de codes se terminant par un chiffre pair ?

1-3) Combien y-a-t-il de codes contenant au moins un chiffre 4 ?

1-4) Combien y-a-t-il de codes contenant exactement un chiffre 4 ?

2)Dans cette question on souhaite que le code comporte obligatoirement trois chiffres distincts.

2-1) Combien y-a-t-il de codes possibles ?

2-2) Combien y-a-t-il de codes se terminant par un chiffre impair ?

2-3) Combien y-a-t-il de codes comprenant le chiffre 6 ?

Solution :

1)1-1) Il y a 9^3 =9×9×9=729 codes possibles.

1-2) Pour chacun des deux premiers chiffres, il y a 9 choix possibles. Pour le dernier, il y a 4 choix possibles (on peut choisir 2,4,6,8). Il y a donc 9×9×4=324 tels codes.

1-3) On va compter par différence. Il y a 8×8×8 codes ne contenant pas du tout le chiffre 4. Il y a donc 9×9×9−8×8×8=217codes comprenant au moins une fois le chiffre 4.

1-4) Il y a 3 choix pour la place dans le nombre où se situe le chiffre 4. Pour chacun des deux autres chiffres, il y a 8 choix possibles. Il y a donc 3×8×8=192 tels codes.

2) 2-1) On cherche cette fois un arrangement de 3 chiffres parmi 9. Il y a donc 9×8×7= 504 choix possibles

2-2) Il y a cinq choix pour le dernier chiffre. Celui-ci choisi, il reste huit choix pour le premier chiffre, puis sept pour le deuxième. Il y a donc 8×7×5=280 tels codes

2-3) Il y a 3 choix pour la place dans le nombre où on place le chiffre 6. Pour les autres chiffres, il y a d'abord 8 choix, puis 7 choix possibles. Le nombre de tels codes est donc de 8×7×3=168.

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien