1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Correction : Devoir N°3 : A

Exercice1 :8points (2pt +2pt +2pt+2pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges et 2boules noires

On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules blanches ?

3) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

4) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!} = \dfrac{A_n^p}{p!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p **tirage possible**

1) Dans l'urne il Ya :9 boules et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_9^2 = \dfrac{A_9^2}{2!} = \dfrac{9\times 8}{2} = 9\times 4 = 36$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 36.

2) Dans l'urne il Ya :3 boules blanches et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne

Le nombre de tirages contenant 2 boules blanches est :

$C_3^2 = \dfrac{A_3^2}{2!} = \dfrac{3\times 2}{2} = 3$ **Remarque :** $C_n^{n-1} = n$ et $C_n^1 = n$ et $C_n^n = 1$

3) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $C_3^2 + C_4^2 + C_2^2$

On a : $C_3^2 = 3$ et $C_4^2 = \dfrac{A_4^2}{2!} = \dfrac{4\times 3}{2} = 6$ et $C_2^2 = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $3+6+1=10$

4) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche <u>**et** 1 boules de couleurs non blanches</u>

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $C_3^1 \times C_6^1$

On a : $C_3^1 = 3$ et $C_6^1 = 6$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $3\times 6 = 18$

Exercice2 :4points (2pt +2pt)

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution :1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 8 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\Omega = A_8^2 = 8\times 7 = 56$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$A_3^2 + A_4^2 + A_2^2 = 3\times 2 + 4\times 3 + 2\times 1 = 6 + 12 + 2 = 20$

Exercice3: 8 points

(0.5pt +1.5pt pt+2pt+1pt+1pt+1pt)

Calculer les limites suivantes **:**

1) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x+7} + \dfrac{x+2}{2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-25}{x-5}$ 3) $\lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{x+1}{2x-12}$ *et* $\lim\limits_{x\to 6^-} \dfrac{x+1}{2x-12}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty} -5x^2+2x-6$ 5) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{10x^3-x+1}{5x^2-2x+2}$ 6) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x^2-x+2}{2x^3-5x+11}$

Correction : 1) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x+7} + \dfrac{x+2}{2}$

On a : $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x+7} = \sqrt{2+7} = \sqrt{9} = 3$ et $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{2+2}{2} = 2$

Donc : $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x+7} + \dfrac{x+2}{2} = 3+2 = 5$

2) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-25}{x-5}$

On a : $\lim\limits_{x\to 5} x^2 - 25 = 5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$ et $\lim\limits_{x\to 5} x - 5 = 0$

Donc Formes indéterminée : $"\dfrac{0}{0}"$

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x-5} = \lim_{x\to 5} \frac{x^2-5^2}{x-5} = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x+5)}{x-5} = \lim_{x\to 5} x+5 = 5+5 = 10$$

3) $a)$ $\lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{x+1}{2x-12}$

On a : $\lim\limits_{x\to 6^+} x+1 = 7$ **et** $\lim\limits_{x\to 6^+} 2x-12 = 12-12 = 0$

On va étudier le signe de : $2x-12$

$2x-12 = 0 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = \dfrac{12}{2} \Leftrightarrow x = 6$

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$2x-12$	$-$	0	$+$

On a donc : $\lim\limits_{x\to 6^+} 2x-12 = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to 6^+} x+1 = 7$

Donc $\lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{x+1}{2x-12} = +\infty$

$b) \lim_{x \to 6^-} \frac{x+1}{2x-12} = ?$ On a : $\lim_{x \to 6^-} 2x - 12 = 0^-$ et $\lim_{x \to 6^-} x + 1 = 7$

Donc $\lim_{x \to 6^-} \frac{x+1}{2x-12} = -\infty$

4) $\lim_{x \to +\infty} -5x^2 + 2x - 6 \quad = ?$

$\lim_{x \to +\infty} -5x^2 + 2x - 6 = \lim_{x \to +\infty} -5x^2 = -\infty$

5) $\lim_{x \to -\infty} \frac{10x^3 - x + 1}{5x^2 - 2x + 2}$?

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{10x^3 - x + 1}{5x^2 - 2x + 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{10x^3}{5x^2} = \lim_{x \to -\infty} 2\frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \to -\infty} 2x^{3-2} = \lim_{x \to -\infty} 2x^1 = \lim_{x \to -\infty} 2x = -\infty$$

6) $\lim_{x \to -\infty} \frac{4x^2 - x + 2}{2x^3 - 5x + 11}$?

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4x^2 - x + 2}{2x^3 - 5x + 11} = \lim_{x \to -\infty} \frac{4x^2}{2x^3} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2 \times 2x \times x}{2 \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4x^2 - x + 2}{2x^3 - 5x + 11} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{x} = 0^-$$