1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Correction : Devoir N°3 : B

Exercice1 :8points **(2pt +2pt +2pt+2pt)**

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges et 2 boules noires
On tire simultanément 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules blanches ?
3) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?
4) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!} = \dfrac{A_n^p}{p!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p **tirage possible**

1) Dans l'urne il Ya :11 boules et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne

Donc : $card\,\Omega = C_{11}^2 = \dfrac{A_{11}^2}{2!} = \dfrac{11\times10}{2} = 11\times5 = 55$

Donc : Le nombre de tirages possibles est 55.

2) Dans l'urne il Ya :4 boules blanches et on tire **simultanément** 2 boules de cette urne
Le nombre de tirages contenant 2 boules blanches est :

$C_4^2 = \dfrac{A_4^2}{2!} = \dfrac{4\times3}{2} = 6$

3) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires **OU** c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $C_4^2 + C_5^2 + C_2^2$

$C_4^2 = \dfrac{A_4^2}{2!} = \dfrac{4\times3}{2} = 6$ et $C_5^2 = \dfrac{A_5^2}{2!} = \dfrac{5\times4}{2} = 10$ et $C_2^2 = 1$

Remarque : $C_n^{n-1} = n$ et $C_n^1 = n$ et $C_n^n = 1$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est : $6+10+1=17$

4) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche <u>**et** 1 boules de couleurs non blanches</u>

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $C_4^1 \times C_7^1$

On a : $C_4^1 = 4$ et $C_7^1 = 7$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $4\times7=28$

Exercice2 :4points (2pt +2pt)

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges

On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux boules de même couleur ?

Solution : 1) Il s'agit clairement d'une situation d'arrangement puisque chaque tirage est un arrangement de 2 éléments dans un ensemble de 9 éléments

Donc le nombre de tirages possibles est : $card\Omega = A_9^2 = 9\times 8 = 72$

2) Tirer 2 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 2 boules blanches **OU** tirer 2 boules rouges **OU** tirer 2 boules noires

OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 2 boules de mêmes couleurs est :

$A_4^2 + A_5^2 + A_2^2 = 4\times 3 + 5\times 4 + 2\times 1 = 12 + 20 + 2 = 34$

Exercice3 : 8 points

(0.5pt +1.5pt pt+2pt+1pt+1pt+1pt)

Calculer les limites suivantes **:**

1) $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x+3} + \frac{x+7}{2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 10} \frac{x^2-100}{x-10}$ 3) $\lim\limits_{x\to 4^+} \frac{x-1}{3x-12}$ *et* $\lim\limits_{x\to 4^-} \frac{x-1}{3x-12}$

4) $\lim\limits_{x\to -\infty} 7x^2 - 3x - 9$ 5) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{15x^3+2x-1}{5x^2-x+1}$ 6) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{10x^2+2x+8}{2x^3-4x+7}$

Correction : 1) $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x+3} + \frac{x+7}{2}$

On a : $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x+3} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$ et $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x+7}{2} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{1+7}{2} = 4$

Donc : $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x+3} + \frac{x+7}{2} = 2 + 4 = 6$

2) $\lim\limits_{x\to 10} \frac{x^2-100}{x-10} = ?$

On a : $\lim\limits_{x\to 10} x^2 - 100 = 10^2 - 100 = 100 - 100 = 0$ et $\lim\limits_{x\to 10} x - 10 = 10 - 10 = 0$

Donc Formes indéterminée : "$\frac{0}{0}$"

$$\lim_{x\to 10} \frac{x^2-100}{x-10} = \lim_{x\to 10} \frac{x^2-10^2}{x-10} = \lim_{x\to 10} \frac{(x-10)(x+10)}{x-10} = \lim_{x\to 10} x + 10 = 10 + 10 = 20$$

3) $a)$ $\lim\limits_{x\to 4^+} \frac{x-1}{3x-12} = ?$

On a : $\lim\limits_{x\to 4^+} x - 1 = 3$ **et** $\lim\limits_{x\to 4^+} 3x - 12 = 12 - 12 = 0$

On va étudier le signe de : $3x - 12$

$3x - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4$

x	$-\infty$ 4 $+\infty$
$3x-12$	$-$ 0 $+$

On a donc : $\lim\limits_{x \to 4^+} 3x - 12 = 0^+$ et $\lim\limits_{x \to 4^+} x - 1 = 3$ Donc $\lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{x - 1}{3x - 12} = +\infty$

$3)b)$ $\lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{x - 1}{3x - 12} = ?$ On a : $\lim\limits_{x \to 4^-} 3x - 12 = 0^-$ et $\lim\limits_{x \to 4^-} x - 1 = 3$

Donc $\lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{x - 1}{3x - 12} = -\infty$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} 7x^2 - 3x - 9 \quad = ?$

$$\lim_{x \to -\infty} 7x^2 - 3x - 9 = \lim_{x \to -\infty} 7x^2 = +\infty$$

5) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{15x^3 + 2x - 1}{5x^2 - x + 1}$?

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{15x^3 + 2x - 1}{5x^2 - x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{15x^3}{5x^2} = \lim_{x \to +\infty} 3\frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} 3x^{3-2} = \lim_{x \to +\infty} 2x^1 = \lim_{x \to +\infty} 3x = +\infty$$

6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{10x^2 + 2x + 8}{2x^3 - 4x + 7}$?

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{10x^2 + 2x + 8}{2x^3 - 4x + 7} = \lim_{x \to +\infty} \frac{10x^2}{2x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2 \times 5x \times x}{2 \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{10x^2 + 2x + 8}{2x^3 - 4x + 7} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5}{x} = 0^+$$