Calcule Numérique

I. La proportionnalité

1) Le pourcentage

Propriété

Soit E un ensemble constitue de n éléments et soit A un ensemble particulier inclus dans E et constitue de m élément, on dit que l'ensemble A représenté $\frac{m\times100}{n}\%$ de l'ensemle E .

Exemple

Dans une assemblée de 50 personnes, il y a 31 femmes.

Celles-ci représentent 62 % de l'assemblée car : $\frac{31\times100\%}{50} = 62\%$

Application

Dans une usine il travaille 360 personnes, 40% sont des hommes. Déterminer le nombre de femme travaille dans cette usine

2) Réduction et l'augmentation

Définition

- **Réduire un nombre** : signifie enlever une partie d'un nombre
- **Augmenter un nombre** : signifie rajouter un certain pourcentage à un nombre.

Propriété

- **Une augmentation de x à p% se traduit par une multiplication de x par $1 + \frac{p}{100}$ et la nouveau valeur est : $y = x(1 + \frac{p}{100})$**
- **Une réduction de x à p % se traduit par une multiplication de x par $1 - \frac{p}{100}$ et la nouveau valeur est : $y = x(1 - \frac{p}{100})$**

Application

a) Dans un magasin commercial, Le prix de la télévision est 5000 DH, le magasinier fait une réduction de 5% sur le prix de télévision.

a) Déterminer la valeur de cette réduction.

b) Déterminer le nouveau prix de la télévision

b) Dans un marché commercial le prix d'un réfrigérateur est 3500 DH, Après un augmentation de 5% dans le prix actuel.

Déterminer la nouveau prix de cette réfrigérateur

3) L'échelle

L'échelle d'une carte est le rapport mathématique entre une longueur sur la carte et la longueur réelle sur le terrain. Elle s'exprime par une fraction où le numérateur représente la longueur sur la carte et le dénominateur représente la longueur réelle sur le terrain. L'échelle doit être indiquée sur toutes les cartes

Exemple

- la distance dans la nature corresponde a une longueur de 4cm sur un carte de l'échelle $\frac{1}{3000000}$ est $120\ km$ (car $4 \times 3000000 = 12000000cm = 120km$)
- Pour dessiné une distance de $300km$ sur un planisphère d'une échelle de $\frac{1}{6000000}$ on a besoin d'une espace de $5cm$ car $\frac{30000000}{6000000} = 5cm$

application

la distance naturelle entre Marrakech et rabat est 450 km ; déterminera la distance correspondant dans un planisphère de l'échelle $\frac{1}{3000000}$

II. Les équations $(ax+b)(cx+d)=0$ et $ax^2+bx+c=0$

1) Les équations $(ax+b)(cx+d)=0$

$(ax+b)(cx+d)=0 \Leftrightarrow ax+b=0\ OU\ cx+d=0 \Leftrightarrow x=\frac{-b}{a}\ ou\ x=\frac{-d}{c}$

- Donc les solutions de l'équation sont $\frac{-b}{a}$ et $\frac{-d}{c}$

Application

Résoudre les équations suivantes

a) $(2x+3)(3x-5) = 0$	b) $(5x-20)(x+3) = 0$
c) $(2x+4)(5x+7) = 0$	d) $(-x-2)(-2x+10) = 0$

2) Les équations $ax^2+bx+c=0$

Résoudre l'équation : $ax^2+bx+c=0$

- Calcule la discriminante Δ : $\Delta = b^2-4ac$
- Si $\Delta<0$ l'équation n'admet pas de solution
- Si $\Delta=0$ l'équation admet une seul solution : $x_1=\frac{-b}{2a}$
- Si $\Delta>0$ l'équation admet deux solution distincts : $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Exemple

Résoudre l'équation : $x^2-x-2=0$

Calcule la discriminante Δ :

$\Delta = b^2-4ac$ et $a=1$; $b=-1$; $c=-2$

$\Delta = (-1)^2-4\times1\times(-2) = 1-4\times(-2) = 1+8 = 9$

On a $\Delta>0$ donc l'équation admet deux solution :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

Et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$

- Donc les solutions de l'équation sont 2 et -1

Application

Résoudre les équations suivantes

a) $-x^2+10x-25=0$

b) $x^2+2x+3=0$

c) $4x^2+12x+9=0$

d) $2x^2+x-6=0$

e) $-2x^2+3x-1=0$

f) $-3x^2-3x+6=0$

III. Factorisations de trinômes ax^2+bx+c

1) factorisation de trinôme ax^2+bx+c

Propriété

On considéré le trinôme ax^2+bx+c et soit $\Delta = b^2-4ac$ sont discriminante ; on a :

- Si $\Delta=0$ alors $ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2$
- Si $\Delta>0$ alors $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
- Si $\Delta<0$ alors ax^2+bx+c ne peut pas facturisé

Application

Factorisé les trinômes suivant :

a) $2x^2+x-6$ b) $4x^2+12x+9$ c) $-2x^2+3x-1$

2) La forme canonique de trinôme ax^2+bx+c

Propriété

On considéré le trinôme ax^2+bx+c et soit $\Delta = b^2-4ac$ sont discriminante ; La forme canonique de trinôme ax^2+bx+c Est : $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a}$

Application

Donné la forme canonique de chaque trinôme suivants :

a) $2x^2+12x+9$ *c)* $-3x^2-12x-16$ *b)* $x^2-8x+12$

IV. Le signe de $(ax+b)(cx+d)$ et ax^2+bx+c

1) Le signe de $ax+b$

On a la solution de l'équation $ax+b=0$ est $\frac{-b}{a}$

Tableau du signe de ax+b

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
ax+b		Signe contraire de a	0	Signe de a	

www.coursfacile.com

1) Le signe de $(ax+b)(cx+d)$

On a les solutions de l'équations $(ax+b)(cx+d)=0$ sont $\frac{-b}{a}$ et $\frac{-d}{c}$

Tableau du signe de $(ax+b)(cx+d)$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$		$\frac{-d}{c}$	$+\infty$
$ax+b$	Signe de $-a$	0	Signe de a		Signe de a
$cx+d$	Signe de $-c$		Signe de $-c$	0	Signe de c
$(ax+b)(cx+d)$	Signe de ac	0	Signe de $-ac$	0	Signe de ac

Application

Résoudre les inéquations suivantes

a) $4x-3\geq 0$	e) $(3x-6)(2x+6)\geq 0$
b) $2x+6<0$	f) $(x-2)(-2x+6)<0$
c) $-3x+3>0$	g) $(-3x+5)(x+3)>0$
d) $-2x+4\leq 0$	h) $(-4x+4)(-5x+10)\leq 0$

2) Le signe de ax^2+bx+c

- **Si Δ=0** l'équation $ax^2+bx+c=0$ admet un seul solution x_1 e

Tableau du signe du trinome ax^2+bx+c est :

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
ax^2+bx+c	signe de a	0	Signe de a

- **Si Δ>0** l'équation admet deux solution distincts : x_1 *et* x_2 et

Tableau du signe du trinôme ax^2+bx+c est :

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	signe de a	0	signe de $-a$	0	Signe de a

- **Si Δ<0** l'équation n'admet pas des solutions Tableau du signe du trinôme ax^2+bx+c est :

x	$-\infty$ $+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a

Application

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $2x^2+x-6\geq 0$

b) $-2x^2+3x-4<0$

c) $-3x^2-3x+6>0$

V. Résoudre le système

Les méthodes de Résoudre le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

1) Méthode de déterminant

Propriété

En calcule la déterminante Δ

On a $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$

si $\Delta \neq 0$ alors il admet un seul solution le couple (x ; y) tel que $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ et $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

En calcule les déterminants Δ_x et Δ_y

On a $\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb' - c'b$ donc $x = \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b}$

On a $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = ac' - a'c$ donc $y = \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$

Donc la solution de système est le couple $(x\,;\,y)$

2) Méthode de substitution

On a $\begin{cases} x+3y=5 & (1) \\ 2x+5y=7 & (2) \end{cases}$

- On écrit x en fonction de y dans (1) $\begin{cases} x=5-3y & (1) \\ 2x+5y=7 & (2) \end{cases}$
- On remplace x par son expression dans (2) on obtient

$$\begin{cases} x=5-3y & (1) \\ 2(5-3y)+5y=7 & (2) \end{cases}$$

Donc $\begin{cases} x=5-3y & (1) \\ 10-6y+5y=7 & (2) \end{cases}$

Donc $\begin{cases} x=5-3y & (1) \\ -y=7-10=-3 & (2) \end{cases}$

Donc $\begin{cases} x=5-3y & (1) \\ y=3 & (2) \end{cases}$

- On remplace y par sa valeur dans (1)
- Donc $\begin{cases} x=5-3\times 3=5-9=-4 & (1) \\ y=3 & (2) \end{cases}$

✓ Donc la solution de système est le couple $(-4\,;\,3)$

3) Méthode de combinaison linéaire

On a $\begin{cases} x+3y=5 & (1) \\ 2x+5y=7 & (2) \end{cases}$

On multiple (1) par 2 et on multiple (2) par 1

Donc $\begin{cases} 2x+6y=10 & (1) \\ 2x+5y=7 & (2) \end{cases}$

En fait la soustraction les deux dernières équations obtenues membre à membre on trouve

$$2x+6y-(2x+5y)=10-7$$

Donc $2x+6y-2x-5y=3$ $\boxed{\text{Donc } y=3}$

On remplace y par sa valeur dans l'équation (1) on trouve

$x+3\times 3=5$ (1) Donc $x=5-9=-4$

✓ Donc la solution de système est le couple (-4 ; 3)

Application : Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-y=-1 \\ 3x-y=5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x-2y=2 \\ x-3y=-3 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-3y=-7 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$

Résoudre $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

Méthode de déterminant

En calcule la déterminant Δ

On a $\Delta=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=-3-(-4)=-3+4=1$

On a Δ≠0 alors il admet une seule solution le couple (x ; y)

tel que $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}$ et $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}$

En calcule les determinants Δ_x et Δ_y

On a $\Delta_x=\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}=-4+6=2$ donc $x=\frac{2}{1}=2$

On a $\Delta_y=\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=9-8=1$ donc $y=\frac{1}{1}=1$

- Donc la solution de système est le couple (2 ; 1)