Correction :Devoir à la Maison2

Exercice1 :10points (2pt +2pt +1pt+2pt+2pt +1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_0 = 3$ et $u_7 = 17$

1) Calculer la raison r de cette suite

2) Ecrire u_n en fonction de n

3)Calculer u_1 et u_7

4) Déterminer n sachant que $u_n = 4035$ en fonction de n

5) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :$v_n = 4u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer : v_1 et v_2

Solution :1) la raison r ??

On a :$\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2 \quad u_n = u_p + (n-p)r$

Pour n= 7 et p=0 on a :$u_{17} = u_0 + (7-0)r$

Donc : $u_7 = u_0 + 7r$

Donc : $17 = 3 + 7r \Leftrightarrow 7r = 17 - 3 \Leftrightarrow 7r = 14 \Leftrightarrow r = \frac{14}{7} = 2$

2) u_n en fonction de n ?

$u_n = u_0 + nr \Leftrightarrow u_n = 3 + 2n$

Donc : $u_n = 3 + 2n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Calcul de : u_1 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_1 = 3 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$

Calcul de : u_7 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_7 = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$

4) $u_n = 4035$ signifie $3 + 2n = 4035$

Signifie $2n = 4035 - 3$

Signifie $2n = 4032$

Signifie $n = \frac{4032}{2} = 2016$

5) Calcul de la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7$

$(u_n)_n$ Une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $r = 2$

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_7 = (7 - 1 + 1)\frac{u_1 + u_7}{2}$$

$$S = 7\frac{5+17}{2} = 7\frac{22}{2} = 7 \times 11 = 77$$

6)On a : $v_n = 4u_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 1 = 4 \times 5 - 1 = 20 - 1 = 19$

On a : $v_2 = 4u_2 - 1$

Calculons d'abord : u_2 ??

On a : $u_n = 3 + 2n$ donc : $u_2 = 3 + 2\times 2 = 3 + 4 = 7$

Par suite : $v_2 = 4\times 7 - 1 = 28 - 1 = 27$

Exercice2 : 6 points (2pt +2pt+2pt)

Soit la suite $(v_n)_n$ définie par : $v_n = 5\times 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer v_0 et v_1 et v_2

2) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

3) Calculer la somme suivante : $S = v_0 + v_2 + \cdots + v_5$

Solution :1) On a : $v_n = 5\times 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Pour n=0 : on a :$v_0 = 5\times 2^0$ par suite : $v_0 = 5$ car $2^0 = 1$

Pour n=1 : on a :$v_1 = 5\times 2^1$ par suite : $v_1 = 10$

Pour n=2 : on a :$v_2 = 5\times 2^2$ par suite : $v_2 = 20$

2) $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{5\times 2^{n+1}}{5\times 2^n} = \dfrac{2^{n+1}}{2^n} = 2^{n+1-n} = 2^1 = 2 = q$

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = 2$ et son premier terme : $v_0 = 5$

3) puisque la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = 2$ et son premier terme : $v_0 = 5$

Alors : $S = v_0 \dfrac{1-q^{5-0+1}}{1-q} = 5\dfrac{1-2^6}{1-2} = 5\dfrac{1-2^6}{-1} = -5(1-2^6) = -5(1-64) = -5\times(-63) = 315$

Exercice3 : 4 points (1pt +2pt+1pt)

Scient f et g les fonctions numériques tels que : $f(x) = x+1$ et $g(x) = x^2 + x + 2$

1) Déterminer leur ensemble de définition :
2) Comparer les fonctions f et g
3) Donner une interprétation géométrique du résultat

Solution : 1) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ car des fonctions polynômes

2) $g(x) - f(x) = x^2 + x + 2 - (x+1) = x^2 + 1 \succ 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $f(x) \prec g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ donc $f \prec g$

3) La courbe (C_g) de la fonction g est au-dessus de la courbe (C_f) de f sur $\mathbb{R}$