1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Correction : Devoir à la Maison3

Exercice1 :9points

(1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges et 6boules noires
On tire simultanément 3 boules de cette urne.
1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules blanches ?
3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules rouges ?
4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de même couleur ?
5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois boules de couleur différentes deux a deux ?
6) Combien y a-t-il de tirages contenant une boule blanche exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p **tirage possible**

1) Dans l'urne il Ya :15 boules et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne
Donc : $card(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{15}^{\ 3} = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15\times14\times13\times12!}{3!12!} = \frac{15\times14\times13}{3!} = \frac{3\times5\times2\times7\times13}{6} = 455$$

2) Dans l'urne il Ya :4 boules blanches et on tire **simultanément** 3 boules de cette urne
Le nombre de tirages contenant trois boules blanches est :

$$C_4^{\ 3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4\times3!}{3!} = 4$$

3) Tirer 3 boules de mêmes couleurs signifie : tirer 3 boules blanches **OU** tirer 3 boules rouges **OU** tirer 3 boules noires
OU c'est : **+**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$

$C_4^{\ 3} = 4$

$$C_5^{\ 3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5\times4\times3!}{3!\times2} = \frac{5\times4}{2} = 10$$

$$C_6^{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!3!} = \frac{6\times5\times4}{6} = 20$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de mêmes couleurs est : $4+10+20=34$
5) tirer3 boules de couleurs différentes deux a deux signifie : tirer 1 boule blanche **ET** tirer 1 boule rouge **ET** tirer 1 boule noire
ET c'est : **X**

Le nombre de possibilités de tirer 3 boules de couleurs différentes deux a deux est :

$C_4^1 \times C_5^1 \times C_6^1 = 4\times 5\times 6 = 120$

6) tirer une boule blanche exactement signifie : une boule blanche **et 2 boules de couleurs non blanches**

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $C_4^1 \times C_{11}^2$

$$C_{11}^2 = \frac{11!}{2!(11-2)!} = \frac{11!}{2!9!} = \frac{11\times 10\times 9!}{2!9!} = \frac{11\times 10}{2} = 55$$

Le nombre de possibilités de tirer une boule blanche exactement est : $4\times 55 = 220$

Exercice2 : 11 points

(1pt +2pt+2pt+2pt+2pt+2pt)

Calculer les limites suivantes **:**

1) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4x-5}{\sqrt{x+7}}$ 2) $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x-5}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{3x+1}{5x-10}$ *et* $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{3x+1}{5x-10}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty} -6x^2-3x+1$ 5) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{5x^5+x^2+2}{5x^3+x}$ 6) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{20x^3-7x^2+x}{10x^4-3x-6}$

Correction : 1) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4x-5}{\sqrt{x+7}}$

On a : $\lim\limits_{x\to 2} 4x-5 = 3$ et $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x+7} = \sqrt{2+7} = \sqrt{9} = 3$

Donc : $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4x-5}{\sqrt{x+7}} = \frac{3}{3} = 1$

2) $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x-5}$

On a : $\lim\limits_{x\to 5} x^2-25 = 5^2-25 = 25-25 = 0$ et $\lim\limits_{x\to 5} x-5 = 0$

Donc Formes indéterminée : $"\frac{0}{0}"$

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x-5} = \lim_{x\to 5} \frac{x^2-5^2}{x-5} = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x+5)}{x-5} = \lim_{x\to 5} x+5 = 5+5 = 10$$

3) $a)$ $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{3x+1}{5x-10}$

On a : $\lim\limits_{x\to 2^+} 5x-10 = 0$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+} 3x+1 = 6+1 = 7$

On va étudier le signe de : $5x-10$

$5x-10 = 0 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$5x-10$	$-$	0	$+$

On a donc : $\lim\limits_{x\to 2^+} 5x-10 = 0^+$

Donc $\lim_{x\to 2^+} \frac{3x+1}{5x-10} = +\infty$

$b)\lim_{x\to 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = ?$ On a : $\lim_{x\to 2^-} 5x-10 = 0^-$ et $\lim_{x\to 2^-} 3x+1 = 6+1 = 7$

Donc $\lim_{x\to 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = -\infty$

4) $\lim_{x\to +\infty} -6x^2-3x+1 = ?$

$\lim_{x\to +\infty} -6x^2-3x+1 = \lim_{x\to +\infty} -6x^2 = -\infty$

5) $\lim_{x\to -\infty} \frac{5x^5+x^2+2}{5x^3+x} = ?$

$\lim_{x\to -\infty} \frac{5x^5+x^2+2}{5x^3+x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{5x^5}{5x^3} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^5}{x^3} = \lim_{x\to -\infty} x^{5-3} = \lim_{x\to -\infty} x^2 = +\infty$

6) $\lim_{x\to +\infty} \frac{20x^3-7x^2+x}{10x^4-3x-6} = ?$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{20x^3-7x^2+x}{10x^4-3x-6} = \lim_{x\to +\infty} \frac{20x^3}{10x^4} = \lim_{x\to +\infty} \frac{2\times 10x\times x\times x}{10\times x\times x\times x\times x}$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{20x^3-7x^2+x}{10x^4-3x-6} = \lim_{x\to +\infty} \frac{2}{x} = 0^+$