1ère année bac Lettres et sciences humaines BIOF

Devoir N°2 : A

Correction : Devoir N°2 : A

Exercice1 : 8points (1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+1pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

1) Calculer u_2 et u_2

2) Ecrire u_7 en fonction de n

3) Calculer : v_2

4) Calculer la somme suivante : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_9$

5) Déterminer n si on a : $u_n = 10116$

6)Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer v_1 et v_2

Solution : 1) $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $r = 5$

a) $u_1 = u_0 + r = 1 + 5 = 6$

b) $u_2 = u_1 + r = 6 + 5 = 11$

2) Puisque $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0 = 2$ et sa raison $r = 5$

Donc : $u_n = u_0 + nr = 1 + 5n$

3) $u_n = 1 + 5n$ donc : $u_9 = 1 + 5\times 9 = 1 + 45 = 46$

4) $(u_n)_n$ une suite arithmétique donc :

$$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_9 = (9 - 1 + 1)\frac{u_1 + u_9}{2}$$

$$S = 9\frac{6 + 46}{2} = 9\frac{52}{2} = 9\times 26 = 234$$

5) On a : $u_n = 10116$ donc : $1 + 5n = 10116$

Donc : $5n = 10116 - 1$

Donc : $n = \dfrac{10115}{5} = 2023$

6)On a : $v_n = 4u_n - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $v_1 = 4u_1 - 3 = 4\times 6 - 3 = 24 - 3 = 21$

$v_2 = 4u_2 - 3 = 4\times 11 - 3 = 44 - 3 = 41$

Exercice2 : 7 points (2pt +2pt+1pt+2pt)

Soit $(u_n)_n$ une suite tel que :

$u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 7u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Déterminer la nature de la suite $(u_n)_n$ et vérifier que sa raison est : 7

2) Calculer u_2 et u_n

2) Ecrire u_7 en fonction de n

3) Calculer en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

Solution : 1) On a : $u_{n+1} = 7u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Donc : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 7 = q \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Par suite : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $q = 7$

2) a) On a : $u_1 = q \times u_0$ donc $u_1 = 7 \times 3 = 21$

b) On a : $u_2 = q \times u_1$ donc $u_2 = 7 \times 21 = 147$

2) Ecriture de u_7 en fonction de n :

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $q = 7$

On a donc : $u_n = u_0 \times q^n$ donc : $u_n = 3 \times 7^n$

3) Calcul en fonction de n la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$:

Puisque : $(u_n)_n$ une suite géométrique son premier terme $u_0 = 3$ et sa raison $q = 7$

Alors : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \frac{1-q^{n-0+1}}{1-q}$

On a donc : $S = 3\frac{1-7^{n+1}}{1-7} = 3\frac{1-7^{n+1}}{-6} = -\frac{1}{2}\left(1-7^{n+1}\right)$

Exercice3 : 5 points (3pt +1pt+1pt)

Soient les fonctions f et g defines par :

$f(x) = \frac{2x^2-1}{3x-12} \quad et \quad g(x) = x^2 - 4x + 5$

1) Déterminer D_f et D_g 2) calculer : $g(2)$

3) Montrer que g est minorée par $g(2)$ sur $\mathbb{R}$

Solution : 1) a) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 12 \neq 0\}$

$3x - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4$

Donc : $D_f = \mathbb{R} - \{4\}$

b) $g(x) = x^2 - 4x + 5$ g est une fonction polynôme

Donc : $D_f = \mathbb{R}$

2) calcul de : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$

$g(2) = 2^2 - 4\times 2 + 5 = 4 - 8 + 5 = -4 + 5 = 1$

3) Montrons que f est minorée par $g(2) = 1$ sur $\mathbb{R}$:

Il suffit de montrer que : $1 \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$?

$g(x) - 1 = x^2 - 4x + 5 - 1 = x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2\times 2x + 2^2 = (x-2)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : $g(x) - 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Par suite : $1 \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Conclusion : g est minorée par $g(2) = 1$ sur $\mathbb{R}$