

Exercice1 :9points

(1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)

Une urne contient 5 livres de la langue Arabe et 4 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole On tire simultanément 3 livres de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Arabe ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Français ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la même langue ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de chaque langue ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre d'espagnole exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules Il y a : C_n^p **tirage possible**

1) Dans l'urne il Ya :13 livres et on tire **simultanément** 3 livres de cette urne

Donc : $\text{card } \Omega = C_{13}^3$

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3!} = \frac{13 \times 6 \times 2 \times 11}{6} = 13 \times 2 \times 11 = 286$$

2) Dans l'urne il Ya : 5 livres de la langue Arabe et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Arabe est :

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

3) Dans l'urne il Ya : 4 livres de la langue Français et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Français est :

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{4!1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4 \quad \text{Remarque : } C_n^{n-1} = n$$

4) Tirer trois livres de la même langue signifie : tirer 3 livres de la langue Arabe **OU** tirer 3 livres de la langue Français **OU** tirer 3 livres d'espagnole

OU c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $C_5^3 + C_4^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = 4 \quad \text{et} \quad C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $10 + 4 + 4 = 18$

5) tirer trois livres de chaque langue signifie : tirer 1 livre d'Arabe **ET** tirer 1 livre de français **ET** tirer 1 livre d'espagnole

ET c'est : X

Tirer trois livres de chaque langue est : $C_5^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 5 \times 4 \times 4 = 80$

6) Tirer un livre d'espagnole exactement signifie : un livre d'espagnole **et 2 livres non espagnole**

Le nombre de possibilités de tirer un livre d'espagnole exactement : $C_4^1 \times C_9^2$

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{2!7!} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre d'espagnole exactement est : $4 \times 36 = 144$

Exercice2 : 11 points

(1pt +2pt+2pt+2pt+2pt)

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+11} \quad & 2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x-4} \quad & 3) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} \\ 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 \quad & 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} \quad & 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} \end{aligned}$$

Correction : 1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+11}$

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow 5} 2x - 6 = 4 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x} + 11 = \sqrt{5+11} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{Donc : } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+11} = \frac{4}{4} = 1$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x-4}$$

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow 4} x^2 - 16 = 4^2 - 16 = 16 - 16 = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 4} x - 4 = 0$$

Donc Formes indéterminée : " $\frac{0}{0}$ "

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-4^2}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} x + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$3) a) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{5x-10}$$

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow 2^+} 5x - 10 = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} 3x + 1 = 6 + 1 = 7$$

On va étudier le signe de : $5x - 10$

$$5x - 10 = 0 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$5x-10$	$-$	0	$+$

$$\text{On a donc : } \lim_{x \rightarrow 2^+} 5x - 10 = 0^+$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{5x-10} = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = ? \quad \text{On a : } \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x - 10 = 0^- \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} 3x + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{5x-10} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{4-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2}{3x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \times 4 \times x \times x}{3 \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0^+$$