

Exercice 1 : 9 points

(1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole

On tire simultanément 3 livres de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Arabe ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Français ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de de même langue ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de chaque langue ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

$$\text{appelée combinaison : } C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenante n boules

Il y a : C_n^p tirage possible

1) Dans l'urne il Ya : 12 livres et on tire **simultanément** 3 livres de cette urne

Donc : $\text{card}(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{3!10!} = \frac{13 \times 2 \times 6 \times 11}{6} = 13 \times 2 \times 11 = 286$$

2) Dans l'urne il Ya : 6 livres de la langue Arabe et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres d'espagnole est :

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 6} = 5 \times 4 = 20$$

3) Dans l'urne il Ya : 3 livres de la langue Français et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Français est :

$C_3^3 = 1$ **Remarque :** $C_n^n = 1$

4) Tirer trois livres de la même langue signifie : tirer 3 livres de la langue Arabe **OU** tirer 3 livres de la langue Français **OU** tirer 3 livres d'espagnole

OU c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $C_6^3 + C_3^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = 4 \quad \text{et} \quad C_6^3 = 20 \quad \text{et} \quad C_3^3 = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $20 + 1 + 4 = 25$

5) tirer trois livres de chaque langue signifie : tirer 1 livre d'Arabe **ET** tirer 1 livre de français **ET** tirer 1 livre d'espagnole

ET c'est : X

Tirer trois livres de chaque langue est : $C_6^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 6 \times 3 \times 4 = 72$

6) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie : un livre de la langue Français et 2 livres non Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement : $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10 \times 9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est : $3 \times 45 = 135$

Exercice2 : 11 points

(1pt +2pt+2pt+2pt+2pt+2pt)

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 5}{\sqrt{x + 5}} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x - 6} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 3}{2x - 8} \text{ et } \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x - 3}{2x - 8}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1}$$

Correction : 1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 5}{\sqrt{x + 5}}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 4} 2x - 5 = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x + 5} = \sqrt{4 + 5} = \sqrt{9} = 3$

Donc : $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 5}{\sqrt{x + 5}} = \frac{3}{3} = 1$

2) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x - 6}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 6} x^2 - 36 = 6^2 - 36 = 36 - 36 = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 6} x - 6 = 0$

Donc Forme indéterminée : " $\frac{0}{0}$ "

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x - 6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6^2}{x - 6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x - 6)(x + 6)}{x - 6} = \lim_{x \rightarrow 6} x + 6 = 6 + 6 = 12$$

3) a) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 3}{2x - 8}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 4^+} x - 3 = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 4^+} 2x - 8 = 8 - 8 = 0$

On va étudier le signe de : $2x - 8$

$$2x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{2} \Leftrightarrow x = 4$$

x	-∞	4	+∞
2x-8	-	0	+

On a donc : $\lim_{x \rightarrow 4^+} 2x - 8 = 0^+$

Donc $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 3}{2x - 8} = +\infty$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3}{2x-8} = ? \quad \text{On a : } \lim_{x \rightarrow 4^-} 2x-8 = 0^- \text{ et } \lim_{x \rightarrow 4^-} x-3 = 1$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3}{2x-8} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4}{7x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{4-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \times 3x \times x}{2 \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0^+$$