

Exercice1 :9points

(1pt +1pt +1pt+2pt+2pt+2pt)

Une urne contient 6 livres de la langue Arabe et 3 livres de la langue Français et 4 livres d'espagnole

On tire simultanément 3 livres de cette urne.

- 1) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Arabe ?
- 3) Combien y a-t-il de tirages contenant trois livres de la langue Français ?
- 4) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de de même langue ?
- 5) Combien y a-t-il de tirages contenant trois 3 livres de chaque langue ?
- 6) Combien y a-t-il de tirages contenant un livre de la langue Français exactement ?

Correction : 1) Lorsque l'on effectue des **tirages simultanés** de boules dans une urne, le nombre de résultats possibles est donné par une formule mathématique

appelée combinaison : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent pas de l'ordre des boules tirées

Plus mathématiquement, si l'on tire p boules simultanément dans une urne contenant n boules

Il y a : C_n^p **tirage possible**

1) Dans l'urne il Ya :12 livres et on tire **simultanément** 3 livres de cette urne

Donc : $\text{card}(\Omega) = C_{12}^3$

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 1 \times 9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 12 \times 11 = 286$$

2) Dans l'urne il Ya : 6livres de la langue Arabe et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres d'espagnole est :

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 3!} = 5 \times 4 = 20$$

3) Dans l'urne il Ya : 3 livres de la langue Français et on tire

Simultanément 3 livres de cette urne.

Le nombre de tirages contenant trois livres de la langue Français est :

$$C_3^3 = 1 \quad \text{Remarque : } C_n^n = 1$$

4) Tirer trois livres de la même langue signifie : tirer 3 livres de la langue Arabe **OU** tirer 3 livres de la langue Français **OU** tirer 3 livres d'espagnole

OU c'est : +

Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $C_6^3 + C_3^3 + C_4^3$

$$C_4^3 = 4 \quad \text{et} \quad C_6^3 = 20 \quad \text{et} \quad C_3^3 = 1$$

Donc : Le nombre de possibilités de tirer trois livres de la même langue est : $20+1+4=25$

5) tirer trois livres de chaque langue signifie : tirer 1 livre d'Arabe **ET** tirer 1 livre de français **ET** tirer 1 livre d'espagnole

ET c'est : X

Tirer trois livres de chaque langue est : $C_6^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 6 \times 3 \times 4 = 72$

6) Tirer un livre de la langue Français exactement signifie : un livre de la langue Français **et** 2 livres **non** Français

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement : $C_3^1 \times C_{10}^2$

$$C_{10}^2 = \frac{A_{10}^2}{2!} = \frac{10 \times 9}{2!} = \frac{90}{2} = 45$$

Le nombre de possibilités de tirer un livre de la langue Français exactement est : $3 \times 45 = 135$

Exercice2 : 11 points

(1pt +2pt+2pt+2pt+2pt)

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-5}{\sqrt{x}+5} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{x-6} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-3}{2x-8} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3}{2x-8}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1}$$

Correction : 1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-5}{\sqrt{x}+5}$

On a : $\lim_{x \rightarrow 4} 2x - 5 = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} + 5 = \sqrt{4} + 5 = \sqrt{9} = 3$

Donc : $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-5}{\sqrt{x}+5} = \frac{3}{3} = 1$

$$2) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{x-6}$$

On a : $\lim_{x \rightarrow 6} x^2 - 36 = 6^2 - 36 = 36 - 36 = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 6} x - 6 = 0$

Donc Formes indéterminée : " $\frac{0}{0}$ "

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{x-6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-6^2}{x-6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)(x+6)}{x-6} = \lim_{x \rightarrow 6} x + 6 = 6 + 6 = 12$$

$$3) a) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-3}{2x-8}$$

On a : $\lim_{x \rightarrow 4^+} x - 3 = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 4^+} 2x - 8 = 8 - 8 = 0$

On va étudier le signe de : $2x - 8$

$$2x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{2} \Leftrightarrow x = 4$$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$2x-8$	$-$	0	$+$

On a donc : $\lim_{x \rightarrow 4^+} 2x - 8 = 0^+$

Donc $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-3}{2x-8} = +\infty$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3}{2x-8} = ? \quad \text{On a : } \lim_{x \rightarrow 4^-} 2x-8 = 0^- \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} x-3 = 1$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3}{2x-8} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 + 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4 + 3x^2 + 1}{7x^3 - 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^4}{7x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{4-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \times 3x \times x}{2 \times x \times x \times x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 3x + 5}{2x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0^+$$