ORDRE ET OPÉRATIONS

Exercice1 : Comparer x et y pour chacun des cas suivants :

$x=2\sqrt{3}-7$; $y=\sqrt{11}-7$

$x=4\sqrt{3}$; $y=4\sqrt{5}$

$x=2\sqrt{3}+\sqrt{10}$; $y=\sqrt{11}+\sqrt{10}$

$x=\sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{10}}$; $y=\sqrt{\sqrt{11}+\sqrt{10}}$

$x=\dfrac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}+5}}$; $y=\dfrac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}}$

Exercice2 : Soit a et b deux nombres réels tels que :

$$1\leq\frac{a-4}{2}\leq\frac{3}{2} \text{ et } -5\leq b\leq -4$$

1. Montrer que : $6\leq a\leq 7$
2. Encadrer les nombres : $a+b$; $a-b$; ab et $3a-2b$
3. Montrer que : $\sqrt{2}\leq\sqrt{\dfrac{a}{a+b}}\leq\sqrt{7}$

Exercice3 : Soit un nombre réel positif :

1. Comparer $\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$ et $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}$
2. En déduire la comparaison de $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

Exercice4 : Soit a et b deux nombres réels tels que : $a>1$ et $b>1$

Démontrer que :

$$a\sqrt{b-1}+b\sqrt{a-1}\leq ab$$

Exercice5 : a , b et c sont trois nombres réels positifs non nuls.

1. Montrer que $\dfrac{ab}{a+b}\leq\dfrac{a+b}{4}$
2. En déduire que :

$$\frac{ab}{a+b}+\frac{ac}{a+c}+\frac{bc}{b+c}\leq\frac{a+b+c}{2}$$

Exercice6 : On pose $E=\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}$

1. Calculer E^2
2. En déduire une simplification de E

Exercice7 : On pose $A=\dfrac{2a+3}{a+2}$ pour tout un nombre réel a tel que $2\leq a\leq\dfrac{8}{3}$:

1. Vérifier que $A=2-\dfrac{1}{a+2}$
2. Encadrer $\dfrac{1}{a+2}$
3. En déduire que $\dfrac{7}{4}\leq A\leq\dfrac{25}{14}$

Exercice8 : x , y et z trois nombres réels tels que :

$6\leq x\leq 8$; $-4\leq y\leq -2$ et $5\leq z\leq 9$

Encadrer :

$x+6$; $4x$; $-2y$; $y-5$; $z+2$; $-z$; $\dfrac{1}{x}$; $\dfrac{1}{y}$

xy ; $\dfrac{1}{z}$; $x+y$; $x-y$; $x+y-z$; $\dfrac{x}{y}$; $\dfrac{x}{z}$; $\dfrac{y}{z}$

$\dfrac{1}{x+y}$; $\dfrac{x-y}{x+y}$; $4x-2y$; x^2 ; y^2 ; z^2 ; $\dfrac{x-z}{y+z}$

$-4x+2y$; $3x-2y$; xyz ; $3x+2y-z$

Exercice9 : x est un nombres réels tels que :

$$\frac{1}{3}\leq\frac{1}{\sqrt{x+3}}\leq\frac{1}{2}$$

Montrer que $1\leq x\leq 6$

Exercice10 : x et y deux nombres réels tels que :

$$0\leq x\leq\sqrt{2} \text{ ; } 0\leq y^2+y-x^2\leq 1$$

Montrer que $0\leq y\leq 1$