

Exercice 01

Soit f est une fonction définie sur \mathbb{R} par la courbe suivante :

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

2) Est-ce que f est continue en 0 ? justifier votre réponse

3) Déterminer $f'(1)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$

4) Déterminer $f_g'(-1)$ et $f_d'(-1)$ en justifiant votre réponse

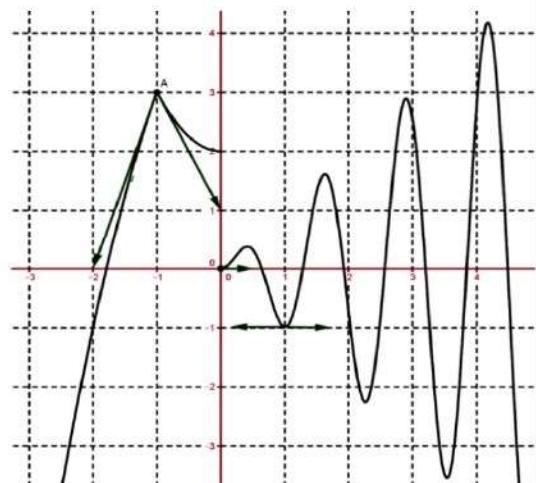
5) Justifier que f n'est pas dérivable en -1

6) Dresser le tableau de variations de f sur $]-\infty; 0]$

7) Soit g la restriction de la fonction f sur $]-\infty; 0]$

a) Justifier que g admet une fonction réciproque g^{-1} sur J à déterminer

b) Déterminer $g^{-1}([-1; 3])$ en justifiant votre réponse



Exercice 02

A) Soit g une fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x + 3$

1) Dresser le tableau de variations de g sur \mathbb{R}

2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans \mathbb{R}

3) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,25

4) En déduire le signe de g sur \mathbb{R}

B) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{3x+1}{3x^3-9x+9}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \alpha^-} f(x)$

3) Montrer que $f'(x) = -\frac{2x^3+x^2-4}{(x^3-3x+3)^2}$, pour tout $x \in D_f$

4) Montrer que l'équation $2x^3 + x^2 - 4 = 0$ admet une seule solution β dans $]1; 2[$

5) Etudier le signe de f' sur D_f

6) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 03

Soit f une fonction définie sur $I = [1; +\infty[$ par ; $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1

b) Donner une interprétation géométrique du résultat

2) a) Montrer que $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+2x-3} + (x+1)}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ pour tout x dans $]1; +\infty[$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur I

3) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur J (à déterminer)

b) Dresser le tableau de variations de f^{-1} , sur J

b) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J