Devoir surveillé n : 01 Lycée : Oulada

Niv : 2pc F 1 Durée : $\sqrt[3]{8}$h Pr : chaouki

Exercice :01 (6points)

1) **Calculer les limites suivantes :** 3

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$; $\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x+9}-2}{x+1}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt[3]{x^3+2}-x$

2) **Ordonner dans l'ordre croissant les nombres suivants :**

$a=\left(\sqrt[4]{8}\right)^2$ **et** $b=\sqrt{\sqrt{81}}$ **et** $c=\sqrt[3]{\sqrt{2}}$. 1

3) **Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations et les inéquations suivantes :** 1

$\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}=0$ **et** $\sqrt[3]{\sqrt{x-2}}<1$ 1

4) **Développer** $(2+\sqrt{2})^3$ **et** $(2-\sqrt{2})^3$ **en déduire la valeur exacte du nombre** $A=\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}-\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

Exercice :02 (5points)

Partie 1 :

Soit g la fonction numérique définie par : $\begin{cases} g(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{ax}\ ;x\neq 0 \\ g(0)=4 \end{cases}$ 1

1) *Déterminer la valeur de a pour que g soit continue en 0*

Partie 2 :

1) *Montrer que l'équation :* $x^{2023}+2023x-2023=0$ *admet une solution unique α dans* $\mathbb{R}$ 1

2) *Vérifier que :* $\alpha\in]0,1[$ 0,25

3) *En utilisant la méthode de dichotomie, donner un encadrement du nombre α d'amplitude 0,25.* 1

4) *Vérifier que :* $\alpha=\sqrt[2023]{2023-2023\alpha}$ 1

5) *En déduire le signe de* $f(x)$ *sur* $\mathbb{R}$ 0,75

1

Exercice :03 (9points)

Soit f la fonction numérique définie sur I=$[0,+\infty[$ *par :*

$f(x)=\sqrt{4x^2+x}+2x+1$

1) *Etudier la continuité de f sur* I. 1

2) *Etudier la dérivabilité à droite de 0 puis interpréter le résultat graphiquement.* 2

3) *Montrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle* $[0,+\infty[$. 1,5

4) *Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque* f^{-1} *définie sur un intervalle J à déterminer* 1

5) *Montrer pour tout x de J :* $f^{-1}(x)=\frac{(x-1)^2}{4x-3}$. 2

6) *Montrer que l'équation* $f^{-1}(x)=f(x)$ *admet une solution unique dans l'intervalle* $[0,+\infty[$. 1,5

Bon chance