Lycée Anisse	DSN°1	2BAC : SP
Nom et prénom :		Classe :

Exercice N°1 « 8 points »

Calculer les limites suivantes

1) $\lim_{x\to-\infty} 2x^2 - x^3 + 1$

....

2) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1-x+8x^8}{4x^8+1}$

....

3) $\lim_{x\to0} 1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}$

....

4) $\lim_{x\to-\infty} 1-\frac{2}{x\sqrt{x^2+1}}$

....

5) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{x^2-2x-3}$

....

....

....

....

....

6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1-2x-4x^2}{2x} + \sqrt{1+x^2}$

....

....

....

....

....

....

....

....

7) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 9x}{\tan 3x}$

....

....

....

....

....

8) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)}{x^2+4}$

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice N°2 « 7 points »

Soit la fonction numérique f définie par: $f(x)=\frac{-1}{20}x+\frac{2-\sqrt{x}}{x^2-3x-4}$

(C): Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$, l'équation $x^2-3x-4=0$ «1pt»

2) Déduire alors que le domaine de définition de la fonction f est $D=[0,4[\cup]4,+\infty[$ «1pt»

3) Montrer que: $(\forall x\succ 4),\frac{2-\sqrt{x}}{x^2-3x-4}=\frac{-1}{(2+\sqrt{x})(x+1)}$ «1pt»

4) Déduire alors que: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ «1pt»

5) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=\frac{-1}{20}x$ est une asymptote oblique à la courbe (C) «1pt»

6) Soit la fonction numérique h définie sur $[4,+\infty[$ par: $\begin{cases} h(x)=f(x); x\succ 4 \\ h(4)=\frac{-1}{4} \end{cases}$

a) Montrer que la fonction h est continue sur l'intervalle $]4,+\infty[$ «0.5pt»

b) Montrer que: $\lim_{x\to4^+}\frac{2-\sqrt{x}}{x^2-3x-4}=\frac{-1}{20}$ «1pt»

c) Déduire alors que la fonction h est continue sur l'intervalle $[4,+\infty[$ «0.5pt»

Exercice N°3 « 5 points »

Soit la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3-3x^2-1$

1) Montrer que: $(\forall x\in\mathbb{R}), g'(x)=3x(x-2)$ «0,5pt»

2) Dresser le tableau de variations de la fonction g «1pt»

3) a) Déterminer $g(]-\infty,0])$ et $g([0,2])$ «0,5pt»

b) Déduire alors que: $(\forall x\in]-\infty,2]), g(x)\prec 0$ «0,25pt»

4) a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[2,+\infty[$ «0,25pt»

b) Vérifier que: $3\prec\alpha\prec 4$, puis donner un encadrement de α d'amplitude $0,5$ «0,5pt»

c) Dresser le tableau de signes de $g(x)$ lorsque x décrit $[2,+\infty[$ «0.25pt»

5) Soit la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par: $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{1}{x}$

a) Calculer les limites suivantes: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to0^+} f(x)$ «0.5pt»

b) Montrer que: $(\forall x\in]0,+\infty[), f'(x)=\frac{1}{x^2}g(x)$ «0.5pt»

c) Vérifier que: $f(\alpha)=\frac{3}{2\alpha}(1-\alpha^2)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f «0.5pt»

d) Déduire alors le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ «0.25pt»