$2^{\text{ème}}$ année baccalauréat Sciences physiques chimies Année scolaire : 2023/2024	**Devoir surveillé N°1** **Durée : 2 heures** **Mathématiques** **Semestre 2**	مجموعة مدارس الرواد GROUPE SCOLAIRE ROUAD

- *Le barème prendra significativement en compte :* ***la présentation****,* ***la lisibilité*** *et* ***le soin porté à l'argumentation des réponses****, en particulier, les résultats* ***non justifiés*** *ne seront pas pris en compte*
- *Numéroter les pages de la copie sous la forme* ***n° page / nombre total*** *de pages.*
- *Les calculatrices scientifiques non programmables sont autorisées.*
- ***L'usage du téléphone portable est rigoureusement interdit.***

Barème	Sujet
	Exercice 1 : (6 points)
	On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2+u_n} \end{cases}$; $(\forall n \in IN)$
1	1. Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN)$; $1 \leq u_n < 2$.
0,75	2. a. Vérifier que : $(\forall n \in IN)$; $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n+1)(2-u_n)}{2+u_n}$
0,5	b. En déduire que la suite (u_n) est croissante.
0,25	c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
	3. Soit la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in IN)$; $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-2}$
1,5	a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
0,5+1	b. Calculer v_n puis u_n en fonction de n.
0,5	c. Déduire la limite de (u_n).
	Exercice 2 : (4 points)
	1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
1	a. $\ln(x-2) = 2\ln 3 + \ln\left(\frac{1}{5}\right)$
1	b. $3\ln^2 x - 5\ln x - 2 = 0$
1	2. Démontrer l'égalité suivante : $(\forall x \in]0;+\infty[)$; $\ln(x^2+1) = 2\ln x + \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$
	3. Calculer les limites suivantes :
0,5	a. $\lim\limits_{x \to +\infty} (2x^2 - 3x + 1 - \ln x)$
0,5	b. $\lim\limits_{x \to 0^+} (x^3 - x)\ln x$
	Exercice 3 : (10 points)
	I. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$
	Le tableau ci-contre représente les variations de la fonction g

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Barème	Sujet
0,5	1. Vérifier que $g(0) = 0$
1	2. Etudier le signe de $g(x)$ sur les intervalles $]-\infty; 0]$ et $[0; +\infty[$

	II. Soit la fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\boldsymbol{f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x}$ Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathcal{O};\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ $(unité\ 1cm)$
0,5+0,5	1. a. Vérifier que : $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ pour tout x de $\mathbb{R}$, puis montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
0,5+0,5	b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$, puis déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = x$
0,5+0,5	c. Vérifier que $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$, puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
0,75	2. a. Vérifier que $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout x de $\mathbb{R}$
0,5	b. Déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de la droite (D) sur les deux les intervalles $]-\infty; 0]$ et $[1; +\infty[$, et au-dessous de (D) sur $[0; 1]$
1	3. a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ **:** $f'(x) = g(x)e^{-x}$
0,5	b. Déduire que la fonction f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$
0,25	c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$
1	4. a. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$
0,5	b. Déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion des abscisses 1 et 4
1	5. Construire la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère $(on\ prend\ f(4) \approx 4{,}2\ )$
Exercice facultatif (Bonus) : 2 points	
2	Montrer que : $(\forall t \in]0; +\infty[);\ t - \frac{t^2}{2} \leq ln(1 + t) \leq t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3}$