Pr. Mohamed El Aouad	**devoir surveille n°1 , 2^{eme}partie**	**classe : 2bac.sc.pc4**
Durée : $\sqrt[3]{8}h$	**Mathématiques**	**lycée Hassan Elkhiyat**

Barème	Sujet
13pts	see Exercice01 below
7pts	see Exercice 2 below

13pts

Exercice01 :

Soit f une fonction définie par $f(x) = \begin{cases} (x-2)e^x + x \,; x \leq 2 \\ (x-2)\ln(x-2) + 2 \,; x > 2 \end{cases}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\mathcal{R}(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ avec $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 1cm$.

1. Determiner $\mathcal{D}_f$.
2. Calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$
3. Montrer que f est continue en 2.
4. Etudier la dérivabilité de f en 2, puis interpréter ces résultats graphiquement.
5. a) résoudre dans $]2;+\infty[$ l'équation $\ln(x-2) + 1 = 0$ puis dresser son tableau de signe.
   b) Calculer $f'(x)$ pour tout x dans $]2;+\infty[$.
   c) Donner le signe de $f'(x)$ sur $]2;+\infty[$
6. a) montrer que $(\forall x \in]-\infty;2])$: $f'(x) = xe^x - e^x + 1$.
   b) On donne dans l'annexe la courbe représentative $(\mathcal{C}_{f'})$ de la fonction f' sur $]-\infty;2]$. Déduire le signe de f' sur $]-\infty;2]$.
7. Donner le tableau de variations de la fonction f sur $\mathcal{D}_f$.
8. Étudier la branche infinie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.
9. a) Montrer que la droite (d): $y = x$ est une asymptote oblique de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de -∞
   b) étudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (d) sur $]-\infty;2]$
10. à partir de la courbe $(\mathcal{C}_{f'})$ montrer que le point $I(0\,;2)$ est un point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ sur $]-\infty;2]$.
11. tracer la droite (d) , le point I et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $\mathcal{R}$.

7pts

Exercice 2 :

Dans le plan complexe rapporte à un repère orthonormé direct $(O;\vec{U};\vec{V})$ .on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $b = 1 + \sqrt{2} + i$, $c = \overline{b}$ et $d = 2i$.

1. Ecrire le nombre a sous forme trigonométrique.
2. a) vérifier que $b - d = c$.
   b) montrer que $(\sqrt{2}+1)(b-a) = b - d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés.
3. a) vérifier que $ac = 2b$.
   b) déduire que $2\arg(b) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.
4. soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'.
   a) montrer que $z' = \frac{1}{2}az$.
   b) déduire que $R(C) = B$ et $R(A) = D$.
   c) montrer que $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis deduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$.