Lycée MOHAMMED VI	***Devoir surveiller***	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
Année scolaire : 2023/2024	Durée: 1h30min	

Pts	

Exercice 1 :

Les questions **A), B)** et **C)** sont indépendantes.
Dans cet exercice, le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, e_1, e_2).

A) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1*2p $E_1 :\ z^2 + 9 = 0$; $E_2 :\ z^2 + 2z + 5 = 0$

B) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de point M' l'image de point M par la translation t de vecteur $\vec{u}(-2+3i)$.

1p 1. Déterminer l'expression complexe de la translation t

1p 2. Déterminer l'affixe du point A' l'image de point $A(-6+4i)$ par la translation t.

C)

On considère dans le plan complexe les points $A(a)$; $B(b)$; $C(c)$tel que $a = \sqrt{3} + i$; $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3}+1)i \quad et \quad c = -1 + i\sqrt{3}$

1p 1. Déterminer la forme trigonométrique de $1+i$ et de a

1p 2. Montrer que $b = (1+i)a$ puis détermienr la fomre trigonométrique de b

1p 3. Calculer $cos\frac{5\pi}{12}$

Exercice 2 :

I. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\boldsymbol{f(x) = e^x + x}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1p 1. Calculer les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

1p 2. Etudier les branches infinies de la courbe C_f

1p 3. Calculer f' et dresser le tableau de variation de f

1p 4. Monter que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-1,0]$.

1p 5. Tracer la courbe C_f

II. g une fonction définit sur $I = [0; +\infty[$ par $\mathrm{g(x)} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}x$

2p 1) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$

2p 2) Montrer que **:** $(\forall \mathbf{x} \in]\mathbf{0}\,; +\infty[\,)$: $\frac{1-e^{-\frac{1}{2}x}-x}{x^2} < -\frac{1}{2x}$ et déduire $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1-e^{-\frac{1}{2}x}-x}{x^2}$

Exercice 3 :

1p **1.** Résoudre Dans $\mathbb{C}$ l'équations : $2z + 5\,\bar{z} = 1 - i$.

2. Soit $\theta \in \mathbb{R}$

2p a. Vérifier que : $1 + e^{i\theta} = e^{i\frac{\theta}{2}}\left(e^{i\frac{\theta}{2}} + e^{-i\frac{\theta}{2}}\right)$.

b. En déduire une forme trigonométrique du nombre complexe :

$$z = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) .$$

+1p