



Exercice 1 : (10 points)

1pt	1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = \sqrt{3} + i$, $b = 1 + i$ et $c = 1 - \sqrt{3}i$.
1.5pt	2. Donner la forme trigonométrique de a, b et c.
1pt	3. Montrer que : $a^{24} + b^{24}$ est un nombre réel.
1.5pt	4. Donner la forme trigonométrique de $\frac{c}{a}$ et en déduire que le triangle OAC est rectangle et isocèle en O.
	5. Soit T la translation de vecteur \overrightarrow{CO} et D l'image de A par la translation T et d l'affixe de D
1 pt	a. Montrer que $d = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$.
1pt	b. Vérifier que $d = ab$
1pt	c. En déduire : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
1pt	6. Soit $M'(z')$ image de point $M(z)$ par la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Déterminer c' l'affixe de C l'image de C par la rotation r.
1pt	7. Déterminer l'ensemble des points td d'affixe z satisfaisant la condition : $ z - 1 - i = 6$

Exercice 2 : (10 points)

Partie 1 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 2(x-1)e^{x-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1.25pt	1. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$, déduire la branche infinie de (C_f) au voisinage de $-\infty$.
1.25pt	2. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$, déduire la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
1pt	3. a- Montrer que ($\forall x \in \mathbb{R}$) $f'(x) = 2x(1 - e^{x-1})$. b- montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et $[1; +\infty[$ et strictement croissante sur $[0; 1]$. c- dresser la table des variations de f sur \mathbb{R} .
0.5pt	4. a- Vérifier que ($\forall x \in \mathbb{R}$) $f(x) - x = (x-1)g(x)$ tel que $g(x) = x - 2e^{x-1}$. b- En étudiant les variations de $g(x)$ sur \mathbb{R} montrer que ($\forall x \in \mathbb{R}$) $g(x) < 0$. c- Montrer que $f(x) \geq x$ sur $]-\infty; 1]$ et $f(x) \leq x$ sur $[1; +\infty[$.
0.5pt	5. Soit H la fonction définie sur \mathbb{R} par : $H(x) = (x-2)e^{x-1}$ a. Vérifier que la fonction H est une primitive de h sur \mathbb{R} . Tel que $h(x) = (x-1)e^{x-1}$. b. Déterminer les primitives de f sur \mathbb{R} .

Partie 2 :

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et ($\forall n \in \mathbb{N}$) : $U_{n+1} = f(u_n)$

0.5pt	1. Montrer par récurrence ($\forall n \in \mathbb{N}$) : $0 < u_n \leq 1$.
0.75pt	2. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est strictement croissante. Déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
0.5pt	3. Calculer $\lim_{+\infty} u_n$.