Exercice 1 (11pts) :
Soit f une fonction numérique sur $\mathbb{R}^+$ definie par :$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$ et (C_f) sa representation graphique

Partie I:

1. Calculer $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$, puis etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$ 1.5pt
2. Etudier la derivabilite de f à droite de 0 puis interpreter graphiquement le resultat. 1pt
3. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) \quad f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$ 0.5pt
4. puis dresser dresser le tableau de variation de f 0.5pt
5. Etudier la position relative entre (C_f) et la droite d'equation $y = x$. 1pt
6. Construit (C_f) et (D) dans un repere orthonorme $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1.5pt

Partie II: Soit g la restriction de la fonction f sur $[1, +\infty[$

1. Montrer que g admet une fonction reciproque g^{-1} define sur un intervalle J à determiner. 1pt
2. Construit dans le repere precedent $(C_{g^{-1}})$ 0.5pt
3. Montere que $\forall x \in J \quad g^{-1}(x) = x + 2\sqrt{x-1}$ 1pt

Partie III: Soit (u_n) la suite definie par $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 \leq u_n \leq 2$. 1pt
2. Montre que (u_n) est decroissante. 1pt
3. En deduit que (u_n) est convergent puis calculer sa limite 0.5pt

Exercice 2 (6 pts) :

Soit (U_n) une suite numérique définit par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 4}{U_n} \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

1. Calculer U_1 et U_2 0.5 pt
2. Montrer que: $(\forall n \in \mathbb{N})\, 1 \leq U_n \leq 4$. 1pts
3. (a) Étudier la monotonie de la suite (U_n). 1pts
   (b) Déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})\, U_n \geq 2$. 0.5 pts
4. Soit (V_n) une suite numérique définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad Vn = \dfrac{U_n - 1}{Un - 4}$.
   (a) Calculer V_0 et V_1. 0.5pt
   (b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précise sa raison . 1 pts
   (c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. 1 pt
   (d) Calculer la limite de (U_n). 0.5pt

Exercice 3 (3 pts) :
Soit f la fonction define sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 5x^3 - 4x + \frac{7}{x^2}$

1. Determiner les fonction primitive de f. 1.5pt
2. determiner la fonction primitive de f qui s'annule en 1. 1.5pt

La presentation de la feuille et la redaction des reponses sont prises en consideration A