Lycée qualifiant SIDI ABDERAZZAK	Devoir surveillé N°2	La durée: 2 heures
Matière: Mathématiques	Semester 1	Classes : 2 BAC PC 1/2
Pr Mourad MOUFID		Année Scolaire :2022-2023

✓ *1 point est réservé à la rédaction et à la propreté de la copie*

BARÈME

Exercice 1 : 4,5 points

1) *Déterminer les primitives des fonctions suivantes : (2 pts)* — 3× (0,75pt)

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ $\qquad$ $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $\qquad$ $h(x) = (\tan x)^4 + (\tan x)^2$

2) ***Déterminer la limite de la suite (U_n) dans chacun des cas suivants :*** — 3× (0,75pt)

a) $U_n = \frac{-5}{n}(2n+1)$	b) $U_n = \frac{4^n - (-1)^n}{4^n - 3^n}$	c) $U_n = \sqrt[3]{n^{-7}}$

Exercice 2 : 7 points

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1)- *Calculer* u_1 *et* u_2. (1pt)

2) a- *Vérifier que :* $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$. (0.5pt)

b- *Montrer que:* $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n < 12$. (1pt)

3) a- *Vérifier que :* $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{11}(u_n - 12)$. (0.5pt)

b- *En déduire* (u_n) *est strictement croissante.* (0.5pt)

c- *La suite* (u_n) *est-elle convergente? Justifier.* (0.5pt)

4)- *pour tout* $n \in \mathbb{N}$, *on pose :* $v_n = u_n - 12$.

a. *Montrer que la suite* (v_n) *est géométrique de raison* $\frac{10}{11}$. (1pt)

b. *Exprimer* v_n *en fonction de* n. (0.5pt)

c. *En déduire que :* $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ *Puis déterminer* $\lim_{n\to+\infty} u_n$. (1.5pt)

Exercice 3 : 8 points

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$, ***On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé*** $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Partie I:

1) *Déterminer* D_f. (0.5pt)

2) a) *Calculer* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (0.5pt)

b) *Etudier la nature de la branche infinie de* (C_f). (0.5pt)

3) a) *Etudier la dérivabilité de la fonction* f *à droite en 0, puis Interprétez graphiquement le résultat.* (0.5pt)

4) a) *Montrer que* $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$ $\quad (\forall x \in]0; +\infty[)$. (0.75pt)

b) *Etudier les variations de f puis dressez le tableau de variations de f.* (0.5pt)

5) a) *Montrer que* $f(x) - x = 2(1 - \sqrt{x})$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$. (0.5pt)

b) *Etudier la position relative de (C_f) et la droite **(D)** d'équation* $y = x$. (0.75pt)

6) *Tracez (C_f).* (1pt)

Partie II :

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n); \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1) *Montrer que* $1 \le U_n \le 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. (1pt)

2) *Montrer que* (U_n) *est* <u>*décroissante*</u>. (0.5pt)

3) *Déduire que* (U_n) *est* <u>*convergente*</u> *et calculer sa* <u>*limite* ℓ</u>. (1pt)

Bonne chance