Lycée Anisse | DSN°2 | 2BAC : SP

Exercice N°1 «6 points»

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes

1) $(\forall x \in \mathbb{R}), f(x) = (2x+1)^3 + (2x-1)^3$

➤ La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Car:..

....

➤ $(\forall x \in \mathbb{R}), f'(x) = 12(1+4x^2)$

Car :..

....

....

2) $(\forall x \in]-\infty, 0[), g(x) = x^3 + x - \frac{1}{x}$

➤ La fonction g est dérivable sur $]-\infty, 0[$.

Car:..

....

➤ $(\forall x \in]-\infty, 0[), g'(x) = \frac{3x^4 + x^2 + 1}{x^2}$.

Car :..

....

....

3) $(\forall x \succ 0), h(x) = 3x\sqrt[3]{x}$

➤ La fonction h est dérivable sur $]0, +\infty[$.

Car:..

....

➤ $(\forall x \succ 0), h'(x) = 4\sqrt[3]{x}$.

Car :..

....

....

4) $\left(\forall x \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\right), k(x) = x - \tan x$

➤ La fonction k est dérivable sur $\left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

Car:..

....

➤ $\left(\forall x \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\right), k'(x) = -\tan^2(x)$.

Car :..

Exercice N°2 «4 points»

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^4+1}-1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C) : Sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1) Montrer que la fonction f est impaire «0,5pt»

2) Montrer que: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}=1$ «0,5pt»

3) Calculer: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)-x$, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu «0,5pt»

4) Montrer que la fonction f est continue au point $x_0=0$ «0,5pt»

5) Etudier la dérivabilité de la fonction f au point $x_0=0$, puis interpréter graphiquement «,05pt»

6) Montrer que la fonction f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $(\forall x \succ 0),\ f'(x)=\dfrac{x^4+\sqrt{1+x^4}-1}{x^2\sqrt{1+x^4}}$ «1pt»

7) Montrer que: $(\forall x \succ 0), \sqrt{1+x^4}-1 \succ 0$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f «0,5pt»

Exercice N°3 «10points»

Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par : $f(x)=3x-2x\sqrt{x}$

(C) : Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Montrer que la fonction f est dérivable à droite en 0, puis interpréter graphiquement «1pt»

2) Montrer que: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}=-\infty$, puis interpréter graphiquement «1pt»

3) Montrer que: $(\forall x \succ 0),\ f'(x)=3(1-\sqrt{x})$ «1pt»

4) a) Etudier le signe de $1-\sqrt{x}$ lorsque x décrit l'intervalle $[0,+\infty[$ «1pt»

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f «1pt»

5) a) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $\dfrac{9}{4}$ «1pt»

b) Montrer que la courbe (C) est concave «0,5pt»

c) Tracer dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la tangente (T) et la courbe (C) «1pt»

6) Soit h la restriction de la fonction f sur l'intervalle $I=[1,+\infty[$

a) Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur $]-\infty,1]$ «0,5pt»

b) Montrer que la fonction h^{-1} est dérivable en 0, puis calculer $(h^{-1})'(0)$ «0,5pt»

c) La fonction h^{-1} est-elle dérivable à gauche en 1? justifier votre réponse «0,5pt»

d) Montrer que la courbe (C) est en dessous de la droite $(\Delta): y=x$ sur l'intervalle I «0,5pt»

e) Tracer dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (Δ) et la courbe $(C_{h^{-1}})$ «0,5pt»