



Barème

Exercice 01 (3.5pts)

- 1) Résoudre l'équation différentielle : $(E_1): y' - 4y = 5$
- 2) a- Donner une solution général de l'équation différentielle : $(E_2): y'' + y' - 2y = 0$
- b- Déterminer la solution particulier de l'équation (E_2) qui vérifie la condition : $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$

Exercice 02 (8 pts)

I. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que $\|\vec{i}\| = 2cm$

3) Montrer que la fonction $H: x \rightarrow (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la Fonction

$h: x \rightarrow -x^2 e^{-x}$ sur \mathbb{R} puis en déduire que : $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$

4) A l'aide d'une intégration par parties, Calculer : $\int_0^1 x e^{-x} dx$.

5) Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur $[0; 1]$

6) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C_f) et $(D): y = x$ et les axes d'équations : $x = 0$ et $x = 1$. (On admet que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D)).

II. L'espace est rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ tel que $\|\vec{i}\| = \sqrt{3}cm$

1) Calculer le volume de solide engendré par la rotation de la courbe de f autour de l'axe des abscisses sur $[1; e]$ tel que :

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

III. On pose $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin x} dx$ et $B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1-\sin x} dx$

- 1) Calculer $A + B$ et $A - B$.
- 2) Déduire la valeur de A et B .

Exercice 03 (8.5pts)

I. On considère la sphère (S) d'équation cartésienne:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$$

Et soit (P) le plan d'équation: $x + 2y + z - 1 = 0$

1) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $I(2; 3; -1)$ et que son rayon R est 3.

2) a- Montrer que $d(I; (P)) = \sqrt{6}$.

b- En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{3}$.

3) a- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par I et orthogonale au plan (P) .

b- Montrer que le centre de (Γ) est $H(1; 1; -2)$.

II. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 0, -1)$ et

$B(-1, 2, 3)$, et l'ensemble (S') des points M de l'espace vérifiant : $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$

1)- Vérifier que $AB = 2\sqrt{6}$, puis déterminer les coordonnées du point Ω milieu du segment $[AB]$.

2)- Déterminer la nature de l'ensemble (S') et préciser ses éléments caractéristiques.

3)- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

4)- Vérifier que le point O se trouve à l'intérieur de (S') , puis déterminer une équation cartésienne du plan (Q) passant par O et perpendiculaire à la droite (AB) .