Lycée : HASSAN II Niveau : 2ème bac biof/Pc3	**Devoir surveillée 5** Le : 25 /04/2022	Prof : TABRART Abdelaziz. Année Scolaire : 2021/2022

Exercice1 :

Partie I :

1. Résoudre l'équation différentielle suivante $(E): y''-4y'+4y=0$ (1pts)
2. Déterminer la fonction g solution de (E) tel que $g(0)=\frac{1}{2}$ et $g'(0)=\frac{3}{2}$. (1pts)

Partie II : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)e^{2x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormée $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=1cm)$

1. Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu. 1.5pt
2. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ puis déterminer la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 1.5pt
3. a-Montrer que pour tout $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{1}{2}(2x+3)e^{2x}$ 1pt

   b- Dresser le tableau de variation de f . 1pt
4. Montrer que $f(x)=0$ admet une solution unique α tel que $\frac{-3}{2}<\alpha<\frac{-1}{2}$. 1pt
5. a- Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x)=2(x+2)e^{2x}$ 1pt

   b- Etudier la concavité de (C_f) et déterminer le point d'inflexion. 1pt
6. Construire (C_f) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. 1.5pt
7. a- En utilisant intégration par parties calculé $\int_{-4}^{-1}(x+1)e^{2x}dx$. 2pt

   b- Déduire en cm^2 l'aire du domaine délimité par (C_f) et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=-4$ et $x=-1$. 1pt

Exercice2 :

1. Calculer les intégrales suivants : $I=\int_0^{\ln(3)}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+2}}dx$ et $J=\int_1^4\frac{dt}{\sqrt{t}\left(1+\sqrt{t}\right)^2}$. 2pt
2. a-Montrer que la fonction $H: x\mapsto \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ est une primitive de $h: x\mapsto\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ sur $]1;+\infty[$.

   b- Déduire la valeur de l'intégrale $\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx$. 1.5pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $3^{x+1}=4^x$. 1pt
4. Calculer le volume du solide engendrée par la rotation de la courbe (C_f) de f un tour complet autour de l'axe des abscisses sur I . unité de volume $(1cm^3)$ 1pt

$$f(x)=\sin x+\cos x \qquad I=[0;\pi]$$

tabrart@gmail.com