

**Exercice 1 (3pts)**

1) a- Résoudre l'équation différentielle :  $(E_1): y' - 4y = 5$

2) a- Donner la solution général de l'équation différentielle :  $(E_2): y'' + y' - 2y = 0$

b- Déterminer la solution particulier de l'équation  $(E_2)$  qui vérifie la condition :  $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$

**Exercice 2 : (7.5pts)**

I) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0; 2]$  par :  $g(x) = xe^x$  et  $(C_g)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ( $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$ )

1) En utilisant la méthode de l'intégration par parties montrer que :  $\int_0^2 g(x)dx = e^2 + 1$

2) Déduire la valeur moyenne de  $g$  sur l'intervalle  $[0; 2]$ ,

3) En utilisant la méthode de l'intégration par parties montrer que :  $\int_0^2 x^2 e^{2x} dx = \frac{5e^4 - 1}{4}$

4) En déduire la valeur du volume de solide engendré par la rotation de la courbe  $(C_g)$  sur  $[0; 2]$  autour de l'axe des abscisses, exprimer en unité de volume

II) Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -1, 0[ \cup ] 0, +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$$

Et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ( $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$ )

Calculer, en unités d'aire, l'aire  $A$  du domaine plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe, et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ .

III) Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x) + x \sin(x)}{(\cos(x))^2} dx ; \int_0^2 \frac{t^2 e^t}{(t+2)^2} dt$$

**Exercice 2 (9.5pts)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . On considère les points

$D(2; 3; -3)$ ;  $C(3; 2; -1)$ ;  $B(1; 2; 4)$ ; et  $A(0; 1; 3)$

I) Soit  $(S)$  la sphère de centre  $B$  et de rayon  $R = \sqrt{3}$

1) Déterminer une équation cartésienne du plan  $(P)$  passant par  $A$  et de vecteur normal  $\vec{n}(2; 3; 1)$

2) Déterminer une équation cartésienne de la sphère  $(S)$

3) Calculer  $d(B; (P))$

4) Montrer que  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

II) Soit  $(D)$  la droite passant par  $D$  et dirigée par le vecteur  $\vec{u}(1; -1; 2)$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite  $(D)$

2) Soit  $(\Gamma)$  l'ensemble des points  $M(x; y; z)$  de l'espace tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 6z + 8 = 0$$

a- Montrer que  $(S)$  est une sphère dont on précisera le centre  $\Omega'$  et le rayon  $R'$

b- Déterminer l'intersection de  $(D)$  et  $(S)$

**Niveau : 2Bacpcf**  
**Année Scolaire :2022/2023**

**DS 2**  
**S2 2Bacpcf**
