CONTROLE N°3/2°ECO/2022

ÉCOLES AL MADINA مدارس المدينة

EXERCICE 1 : (6pts)

On considère la suite numérique (u_n) **définie par :** $u_0 = \frac{1}{2}$ **et** $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{1}{4}$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **.**

1) Calculer u_1 **et** u_2 **.(0,5)**

2) Montrer par récurrence que pour tout n **de** $\mathbb{N}$ $u_n \geq \frac{3}{8}$ **.(0,75pt)**

3) a - Montrer que pour tout n **de** $\mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n - \frac{3}{8})$ **(0,75pt)**

b- Déduire que (u_n) **est une suite décroissante et qu'elle est convergente. (1pt)**

4) On pose : $v_n = 8u_n - 3$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

a - Calculer v_0 **et montrer que** (v_n) **est une suite géométrique de raison** $\frac{1}{3}$ **.(1pt)**

b - Exprimer v_n **en fonction de n. (0,5)**

c – Déduire que $u_n = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{8}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$. **(1pt)**

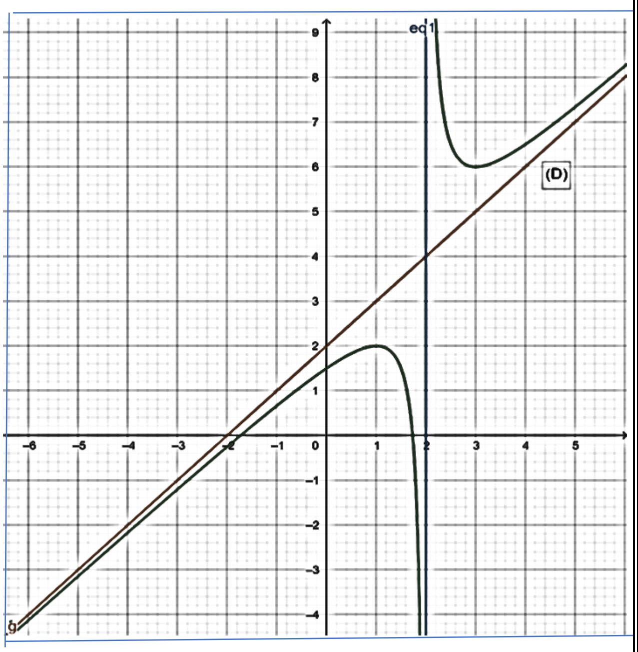
d-Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ **. (0,5pt)**

EXERCICE 2 :(4pts)

On donne ci-contre (C_f) **la courbe représentative**

- d'une fonction *f* dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

et la droite (D) **d'équation y =** $x - 2$



1)Déterminer D_f **. (0,5)**

2)Donner les asymptotes à la courbe (C_f) **. (0,75)**

3)Donner les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ **;**

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ **;** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (x-2)$

(1.25)

4) Dresser le tableau de variation de f (0,75)

5) Detrminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ (0.75)

EXERCICE 3 : (10pts)

On considére la fonction f définie sur $[0;+\infty[$: $f(x)=4-x^2-2\sqrt{x}$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et monter que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=-\infty$ interpréter géométriquement le résultat obtenu. (1pt)

2) a- Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$. on a : $\frac{f(x)-f(0)}{x}=-\left(x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$ (1pt)

b-En déduire que f est non dérivable à droite en 0,et interpréter géométriquement le résultat obtenu(0,5)

c-Calcule $f'(x)$ et montrer que f est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$. (1pt)

d- Dresser le tableau de variations de f . (0 ,5pt)

3) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]1;2[$. (0,5pt)

4) Donner l'équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1 . (0,5pt)

5- Construire la courbe (C_f) . (1pt)

6) a- Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à déterminer. (0,5pt)

b- Montrer que f^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(f^{-1})'(1)$. (1pt)

c- Construire la courbe $(C_{f^{-1}})$ dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. (0,5pt)

7)a-Déterminer les primitives de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$. (1pt)

b-Déterminer la primitives F de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ qui vérifie $F(1)=2$. (1pt)