Prof : A. DRISS Année : 2021/2022	EXAMEN SURVEILLE N 3 **Première semestre**	Lycée qualifiant EL JAHID Tamezmoute, ZAGOURA
Durée : 2 heurs		Niveau : 2BACSVTF1

Exercice (20 points)

Partie I. (3 Points)

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x)=\ln(x+1)-x$

0.75 **1)** Montrer que $\forall x\in\,]0;+\infty[\,;\ g'(x)=\frac{-x}{x+1}$

0.75 **2)** Etudier la variation de g sur $[0;+\infty[$

0.5 **3)** Calculer $g(0)$ Et Montrer que : $\forall x\in[0;+\infty[\,;\ g(x)\leq 0$

1 **4)** Montrer que : $\forall x\in\,]0;+\infty[\,;\ 0<\ln(x+1)<x$

Partie II. (9.5 Points)

Soit f la fonction Définie par $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ et C_f sa courbe

1.5 **1)** Déterminer D_f Domaine de Définition de f et Montrer qeu f est impaire

1 **2)** Calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat

1.5 **3)** Etudier les Branche Infinie de f en $+\infty$ et en $-\infty$

1 **4)** Etudie la position Relative de la Droite $(D): y=x$ et la courbe C_f

1 **5)** Etudier la dérivabilité de f en D_f et montrer que $\forall x\in D_f;\ f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$

1 **6)** Etudier La variation de f sur D_f

1 **7)** Montrer que $\forall x\in D_f;\ f''(x)=\frac{4x}{(x^2-1)^2}$ et étudie la convexité de C_f

1.5 **8)** Construire La droite (D) et la courbe C_f

Partie III. (3.5 Points)

Soit h La restiction de f sur $]2;+\infty[$

0.75 **1)** Montrer que h admet une Fonction réciproque h^{-1} Définie sur Domaine J à Déterminer

0.5 **2)** Montrer que l'équation $f(x)=4$ Admet une unique solution α sur D_f

0.75 **3)** Montrer que f^{-1} Dérivable en α et Déterminer $(f^{-1})'(\alpha)$

1.5 **4)** Construire Tableau de variation de f^{-1} et construire $C_{f^{-1}}$ sur la même repère

Partie IV. (4 Points)

Soit $(u_n)_{n\geq 2}$ la suite définie par $\forall n\geq 2;\ u_n=f(n)-n$

0.75 **1)** Vérifier que $\forall n\geq 2;\ u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$

1.25 **2)** Montrer que $(u_n)_{n\geq 2}$ est Strictement décroissant

1.5 **3)** Montrer que $\forall n\geq 2;\ 0<u_n<\frac{2}{n-1}$ (Peut utiliser la question 2 partie I)

0.5 **4)** calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Bon CHANCE

ما دمت حي فهناك أمل