EXERCICE 1/ 2P

1) Résoudre dans IR l'équation : $t^2 - 2t - 3 = 0$.
2) Déduire dans IR la solution de :
* $e^x - 2 - \frac{3}{e^x} = 0$
* $\ln(x-2) + \ln(x) > \ln(3)$.
3) Résoudre dans $(R^+)^2$ le système suivant:

$$\begin{cases} \ln(x^3) + 5\ln(y) = -1 \\ 2\ln(x^2) - \ln(y^3) = 2 \end{cases}$$

EXERCICE 2/ 2P

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x$,et la suite numérique (u_n) définie par : $u_{n+1} = g(u_n)$ et .$u_0 = \frac{7}{4}$

1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}} g(x)$.

2- Etudier les variation de la fonction g .

3- Montrer que $\sqrt{e} \le u_n \le 2$ pour tout n de IN .

4- Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

5- Montrer que la suite (u_n) est convergente puis calculer sa limite.

EXERCICE 3/ 3P

Exercice 2

Un sac contient 7 boules indiscernables au toucher : 2 boules blanches et 3 boules rouges et 2 boules vertes. On tire simultanément deux boules du sac.

1) On considère les deux événements :
   A " Les deux boules tirées sont de même couleur ".
   B " Parmi les deux boules tirées, il y a au moins une boule de couleur rouge ".
   a) Montrer que : $P(A) = \frac{5}{21}$.
   b) Calculer la probabilité de B.
   c) Montrer que $P(A \cap B) = \frac{1}{7}$.
   d) Est – ce que les deux événements sont indépendantes ? justifier votre réponse .
2) Soit X la variable aléatoire qui égale au nombre de boules rouges tirées.
   a) Déterminer les valeurs de X.
   b) Calculer la loi de probabilité.
   c) Calculer E(X).

EXERCICE 4/ 3P

On considère dans l'espace muni d un repère orthonormé directe $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points $A(1,1,0)$ $B(2,0,-1)$,$C(0,3,-1)$ et $\Omega(-2,0,-3)$ et le plan (P) défini par l'équation $2x - y + z + 1 = 0$

1) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et montrer que $3x + 2y + z - 5 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

2) Montrer que $d(\Omega,(ABC)) = \sqrt{14}$.

3) Donner une équation cartésienne de la sphère (S) tangente au plan (ABC)

4) a-Montrer que (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) ,dont on précisera le rayon r
   b-Déterminer le triplet des coordonnées du point H le centre du cercle (C) .

GOOD LUCK MY HEROES

EXERCICE 5/ 7P

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=1+\sqrt{x^2-3x} \text{ , } x<0 \\ f(x)=e^x-xe^{2x} \text{ , } x\geq 0 \end{cases}$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- Montrer que f est continue en 0.

2- Etudier la dérivabilité de la fonction f en 0, puis interpréter le résultat.

3-a) Montrer que la droite (Δ) : $y=-x+\frac{5}{2}$ est une asymptote de (C_f) au voisinage de $-\infty$.

b) Etudier la branche parabolique de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

4- Montrer que la fonction f est décroissante sur les deux intervalles $]-\infty;0[$ et $[0;+\infty[$.

5- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $\left]\frac{1}{2};\ln 2\right[$.

6- Tracer la courbe (C_f) .

7- Montrer que f admet une réciproque définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

8- Tracer dans le repère précédant la courbe de f^{-1} .

9- Montrer que $f^{-1}(x)=\dfrac{3-\sqrt{9+4(x-1)^2}}{2}$ pour tout x de l'intervalle $[1;+\infty[$.

EXERCICE 6/ 3P

1- On considère le polynôme P de la variable complexe z ;définie par :
$P(z)=z^3-13z^2+73z-61$.

a) Montrer que 1 est une racine de $P(z)$.

b) Déterminer les deux réels a et b tels que $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$ pour tout complexe z .

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z)=0$

2- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$; on considère les points A , B , C et D d'affixes respectives $a=1$, $b=6-5i$, $c=6+5i$ et $d=6+15i$.

a) Montrer que les points B , C et D sont alignés et que $BD=2CD$.

b) Vérifier que $\dfrac{b-a}{c-a}=-i$; puis en déduire que (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

c) En déduire la nature du triangle ABC .

3-a) Soit R la rotation de centre A est qui transforme B en C . Montrer que l'angle de la rotation R est $\frac{\pi}{2}$.

b) Déterminer e l'affixe du point E l'image de D par la rotation R .

4- Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $k=2$.

a) Montrer que l'expression complexe de h est $z'=2z-1$.

b) Déterminer f l'affixe du point F image de B par h

GOOD LUCK MY HEROES