



المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2h
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي - باللغة الفرنسية.	المعامل	4

من إنجاز الأستاذ: منصف بنعبد السلام

تحت إشراف مركز الدعم واللغات Pythagore

Instructions Générales

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée.
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient.
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

Composantes Du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Les suites numériques	5points
Exercice 2	Calcul de probabilité	4,5points
Exercice 3	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	10,5points

Exercice 1 : (5 points)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$, pour tout n de \mathbb{N} .

0,25 1) Calculer u_1 .

0,5 2) a) Vérifier que : $u_{n+1} - 2 = \frac{3(u_n - 2)}{u_n + 1}$, pour tout n de \mathbb{N} .

0,5 b) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n > 2$.

0,5 3) a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} ; u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n - 2)^2}{u_n + 1}$.

0,75 b) Déterminer la monotonie de (u_n) , puis déduire qu'elle converge.

0,75 4) On pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$.

0,75 a) Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{3}$.

0,75 b) Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{n+3}{3}$, et que $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n = \frac{2n+9}{n+3}$.

0,5 c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

0,5 5) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $u_n - 2 < 0,001482$.

Exercice 2 : (4,5 points)

Une urne contient quatre boules vertes numérotés 1 ; 2 ; 2 ; 2 , Trois boules rouges numérotés 1 ; 2 ; 2 et une seule boule blanche numérotée 1 .(toutes les boules sont indiscernable au toucher).On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne .

On considère les événements :

A :"les trois boules tirées sont vertes" ; B : "les trois boules tirées portent le même numéro"

C :"Tirer au moins une boules rouges " ; D :"les trois boules tirées sont de couleur deux à deux différentes"

1,5 1) a) Montrer que : $p(A) = \frac{1}{14}$; $p(B) = \frac{11}{56}$ et $p(D) = \frac{3}{14}$.

0,5 b) Calculer la probabilité d'événement C.

0,75 c) Montrer que : $p(A \cap B) = \frac{1}{56}$, les événements A et B sont-ils indépendants ?

0,5 d) Sachant que les boules tirées sont vertes, qu'elle est la probabilité qu'elles portants le même numéro.

2) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre des boules vertes tirées de l'urne.

0,75 a) Copier et remplir le tableau ci-contre

En justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				$\frac{1}{14}$

0,5 b) vérifier que l'espérance Mathématique de X est : $E(X) = 1,5$.

Exercice 3 : (10,5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 2)e^x + 2$. et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$.

1 1) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$,puis interpréter géométriquement ce résultat.

0,5 2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

0,5 b) Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) = x \left(\left(1 - \frac{2}{x}\right) e^x + \frac{2}{x} \right)$.

0,75 c) Montrer que (C) la courbe de la fonction f admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

1 3) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = (x - 1)e^x$.

0,75 b) Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 1]$ et croissant sur $[1; +\infty[$, puis dresser le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .

1 4) Calculer $f''(x)$ pour tout x de \mathbb{R} , puis déduire le point d'inflexion à la courbe (C).

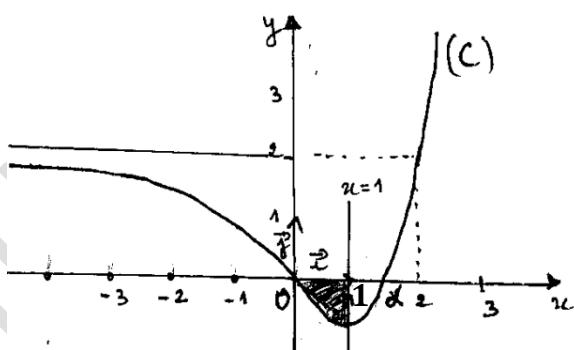
1 5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α sur l'intervalle $[1; 2[$.

0,75 6) Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

1 7) a) Montrer que la fonction $F: x \rightarrow (x - 3)e^x + 2x$ est une fonction primitive de la fonction $f(x)$ sur \mathbb{R} .

0,75 b) Déduire la valeur de l'intégrale $I = \int_0^1 f(x)dx$.

0,75 8) On considère au-dessous (C) la courbe représentative de la fonction f sur \mathbb{R} .
Calculer l'aire de la partie hachurée.



0,75 9) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 0$ sur \mathbb{R} .