ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

Prof. LAMAIZI EL MAHDI

الامتحان التجريبي للبكالوريا
-الدورة - 2024
الموضوع

4	المعامل:	الرياضيات	المـــــــادة:
2 س	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعــــب(ة):

Exercice 1 : (4.5pts)

Soit $(U_n)_n$ une suite numérique définie par : $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{3}{2}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ et $U_0 = 0$

1) a) calculer U_1 et U_2 . (0.5pt)

b) Démontrer par récurrence : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n < 6$. (0.5pt)

2) a) vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{4}(6 - U_n)$. (0.5pt)

b) Déduire que $(U_n)_n$ est une suite croissante, et qu'elle est convergente. (0.5pt)

3) On pose : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $V_n = U_n - 6$.

a) Calculer V_0 montrer que $(V_n)_n$ et une suite géométrique de raison : $q = \frac{3}{4}$. (0.5pt)

b) Déterminer V_n en fonction de n. (0.5pt)

c) montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n = 6\left(1 - (\frac{3}{4})^n\right)$ puis Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$. (0.75pt)

4) soit $(W_n)_n$ la suite définie par : $W_n = \ln(U_n)$. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n$. (0.75pt)

Exercice 2 : (10.5pts)

Partie 1 :

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - 2\ln(x)$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$. (0.5pt)

2. a. Etudier le signe de $g'(x)$ sur $]0;2]$ et $[2;+\infty[$. (0.5pt)

b. Calculer $g(2)$ et Donner le tableau de variation de la fonction g. (0.5pt)

c. En déduire que : $g(x) > 0$ sur $]0;+\infty[$. (0.5pt)

Partie 2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - (\ln(x))^2$ et (C_f) sa courbe représentative.

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f. (0.5pt)

2. Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = -\infty$, et interpréter le résultat géométriquement. (0.75pt)

3. a. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. (on accepte que : $\lim_{x\to+\infty} \frac{(ln(x))^2}{x} = 0$). (0.5pt)

b. Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ et calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x) - x$. (0.75pt)

c. Donner une interprétation géométrique du résultat obtenu. (0.25pt)

4. a. Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ pour tout x de $]0;+\infty[$. (1pt)

b. En déduire que f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$. (0.5pt)

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0;+\infty[$. (0.5pt)

5. Donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1. (1pt)

6. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\propto$ telle que : $\frac{1}{e}<\propto<\frac{1}{2}$. (0.5pt)

7. a Calculer $f''(x) = \frac{2(ln(x)-1)}{x^2}$ pour tout x de $]0;+\infty[$. (0.75pt)

b. Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion dont on déterminera les cordonnées. (0.5pt)

8. Tracer la courbe (C_f) . (1pt)

Exercice 3 : (3pts)

Une urne contient 4 boules <u>blanches</u> qui portent les numéros 0,1,1,1 et trois boules <u>rouges</u> qui portant les numéros 0,1,2 (les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.

On pose : A « les deux boules portent le même numéro »

B « les deux boules sont de différents couleurs »

1. a Montrer que : $P(A) = \frac{1}{3}$ et $P(B) = \frac{4}{7}$. (1pt)

.b Calculer la probabilité d'avoir deux boules de différents couleurs sachant qu'elles Portent le même numéro. (0.5pt)

2. Est-ce que les évènements A et B sont indépendants ? (0.5pt)

3. Calculer $P(A \cup B)$. (1pt)

*Exercice 4 : (*2pts)

Soit h la fonction définie par : $h(x) = e^x - 2x + 2$.

1. Calculer : $\lim_{x\to+\infty} \text{h}(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} \text{h}(x)$. (0.5pt)

2. Calculer h'(x) pour tout x de IR, puis étudier le signe de h'(x). (0.5pt)

3. a. Dresser le tableau de variation de la fonction h sur IR. (0.5pt)

b. En déduire que : $e^x + 2 > 2x$ *pour tout x de IR*. (0.5pt)