المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي

التكويـن المستمـر

مصوغة ديدكتيك مادة الرياضيات

بالتعليم الثانوي الإعدادي

مجزوءة خاصة بأساتذة التعليم الثانوي **الإعدادي**

الوحدة المركزية لتكوين الأطــر

يونيو 2009

تقديـــم

تنفيذا لسياسة وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي في مجال التكوين المستمر وتفعيلا للبرنامج الاستعجالي الرامي إلى إعطاء نفس جديد لإصلاح منظومة التربية والتكوين، أعدت الوحدة المركزية لتكوين الأطر استراتيجية عامة في مجال تكوين الأطر بالتنسيق مع المصالح المركزيـة ؛

وفي هذا الإطارتم إنجاز هذه المجزوءة بالتنسيق الوثيق والعمل المتواصل بين المفتشية العامة للتربية والتكوين المكلفة بالشؤون التربوية والوحدة المركزية لتكوين الأطر، كتوجه جديد في مجال التعاون وتكثيف الجهود لإشراك جميع الفاعلين مركزيا وجهويا للنهوض بالتكوين الذي يشكل العمود الفقري لتأهيل الموارد البشرية بالقطاع، وذلك بتطوير كفاءاتها وتمكينها من الانخراط الإيجابي والفعال للإرتقاء بالمنظومة.

إن الهدف من إنجاز هذه المجزوءات التي تشمل جميع المواد المقررة بالتعليم (الابتدائي والثانـــوي الإعــدادي والثانــوي التأهيلي) هو الاستجابة الفورية للحاجة الملحة للسيدات والسادة الأساتذة بمختلف المستويــات في مجال ديدكتيك المواد وتقويم التعلمات بناء على اقتراحات السيدات والسادة المفتشين المنسقين المركزيين التخصصيين. وذلك، تتويجا للعروض التشخيصية لوضعية تدريس مختلف المواد التي قدموها أثناء اجتماعات خاصة خلال شهري أكتوبر / نونبر 2008 برئاسة السيدة لطيفة العابدة الوزيرة المكلفة بقطاع التعليم المدرسي .

منهجية إعداد المجزوءات:

1-تحديد محاور التكوين

فبعدما تم تقديم هذه العروض ومناقشتها ودراستها وتصنيف محتوياتها حسب الأولوية التي تتطلبها المرحلة لإغناء برنامج الوزارة في مجال التكوين المستمر، تم الشروع في وضع برنامج خاص بالأجرأة :

- عقد اجتماعات أولية مع السيدات والسادة المنسقين المركزيين التخصصيين برئاسة السيد المديــر المكلف بالوحدة المركزية لتكوين الأطر كل فئة على حـــدة (الابتدائي – الثانوي الإعدادي والتأهيلي) لوضع التصور العام للعملية وضبط المحاور التي اعتبرت ذات أولوية خاصة ومستعجلة وقد تم حصرها في ديدكتيك المواد وتقويم التعلمات،
- عقد اجتماعات برئاسة السيد المدير المكلف بالوحدة المركزية لتكوين الأطر خاصة بتشكيل لجن إعداد المجزوءات لضبط منهجية العمل وتوزيع الأدوار، وتوحيد المنهجية، وفق بيداغوجية الكفايات ووضع شبكة التقويم وكذا تحديد الغلاف الزمني للمجزوءة ومواصفاتها....

2- مراحل الإنجاز

أما مراحل الإنجاز الأساسية فيمكن اختصارها كما يلي :

- عقد اجتماعات عمل متوالية لأعضاء الفرق المكلفة بإعداد المجزوءات برئاسة المنسقين المركزيين،
- تنظيم دورات خاصة بالتجريب والمصادقة ،
- تحديد مواصفات المكونين الجهويين واستدعاؤهم،
- تنظيم دورات خاصة بتكوين المكونين لفائدة الأكاديميات،
- تجميع المجزوءات وطبع أعداد منها على المستوى المركزي،
- توزيع المجزوءات (مجزوئتين + قرص CD) لكل أكاديمية،

- بعث رسائل الإشعار ببداية التكوين على المستوى الجهوي مرفوقة ببرنامج عمل قابل للتكييف وفق خصوصيات الجهات.
- تتبع عمليات التكوين.

كما تجدر الإشارة إلى أن الوحدة المركزية لتكويـن الأطـر، وبالتنسيـق مع باقي المصالح المركزية المشكلة للقطب البيداغوجي، وبالتعاون مع الأكاديميات الجهوية للتربية والتكوين، ستقوم بإعداد مجزوءات أخرى في مجال التكوين المستمر لفائدة جميع فئات الموظفين والأطر التربوية والإدارية انطلاقا من الحاجيـات الميدانية الفعليـة لكل فئـة علـى حـدة.

دالي محمد

المدير المكلف بالوحدة المركزية لتكوين الأطر

تنـــويــه

تتقدم الوحدة المركزية لتكوين الأطر بالشكر الجزيل إلى السيدات والســادة المشاركيــن في إعــداد وإنجــاز هذه المجزوءات ســواء كمسؤوليـن أو كمنسقيـن أو كمشاركيـن أو كمساهمين في عمليات الإغناء والتجريب والمصادقة :

- *السيدة المفتشة العامة للتربية والتكوين المكلفة بالشؤون التربوية،*
- *السيدات والسادة مديرات ومديري المصالح المركزية*
- *السيدات والسادة المفتشين المنسقين المركزيين التخصصيين،*
- *السيدات والسادة المفتشات والمفتشين بالجهات،*
- *السيدات والسادة المكونين بمؤسسات تكوين الأطر التربوية،*
- *السيدات والسادة الأساتذة،*

كما تنوه الوحدة المركزية لتكوين الأطر بالسيدات والسادة مديرات ومديري الأكاديميات الجهوية للتربية والتكوين ومسؤولي "الوحــدات الجهويــة للتكويــن" الذيـن سيعملون على أجـرأة وتتبع هـذا العمل بالميدان خدمة للتربية والتكويـن.

فريق العمـل

مقر العمل	الإطار	الصفة	الإسم والنسب
المفتشية العامة للشؤون التربوية	مفتش ممتاز للتعليم	منسق المادة	عبد اللطيف زريوال
أكاديمية الرباط سلا زمور زعير	مفتش ممتاز للتعليم	عضو	عبد القادر بوعيشية
المفتشية العامة للشؤون التربوية	مفتش ممتاز للتعليم	عضو	عبد المومن محمد الغزالي
أكاديمية الغرب شراردة بني حسن	مفتش ممتاز للتعليم	عضو	عبد السلام اليعقوبي

I. تقديم:

عرف تدريس الرياضيات بالمغرب تطورا مستمرا منذ الاستقلال إلى الآن، سواء من حيث محتويات المادة أو من جهة المقاربة البيداغوجية وطرق التدريس. وهكذا انتقلنا من الطرق التقليدية في التدريس وتقديم المفاهيم الرياضية في شكلها النهائي والجاهز(مرحلة الرياضيات العصرية maths modernes)، إلى المرحلة الحالية التي تم خلالها اعتماد المقاربة بالكفايات كخيار بيداغوجي يهم جميع المواد بما فيها الرياضيات.

وبخلاف باقي المواد، فإن التوجيهات التربوية لتدريس مادة الرياضيات بالثانوي (إعدادي وتأهيلي) قد اعتمدت ومنذ مدة غير قصيرة مقاربة التدريس بالأنشطة الرياضية التي تتيح للتلميذ أن يكون صانعا لتعلمه وفاعلا أساسيا لتربيته. وتم تبني هذا الاختيار بناء على تقدم البحوث والدراسات التي تهم علم النفس المعرفي وديداكتيك الرياضيات، وارتكازا على أسس وفرضيات النظرية البنائية والسوسيو بنائية و التي ستشكل لاحقا الدعامة النظرية للمقاربة بالكفايات.

إلا أن الممارسة التعليمية التعلمية داخل الفصول وحسب العديد من التقارير التي رصدت وترصد تدريس الرياضيات حاليا داخل الأقسام التعليمية بالثانوي بسلكيه، لا زالت في مجملها تقليدية إن على مستوى تخطيط التعلمات، أو تدريس المفاهيم الرياضية، أو من جهة التقويم. وتتجلى هذه الممارسة حسب تقارير التفتيش في:

- الاعتماد الكلي على الكتاب المدرسي تخطيطا وتدبيرا وتقويما،
- تغييب التوجيهات التربوية (إن كانت متوفرة)
- هيمنة شبه كلية للأستاذ على الحصة التعليمية
- مساهمة التلميذ في بناء التعلمات تظل ضعيفة إن لم نقل منعدمة،
- غياب تخطيط عقلاني للدرس يتماشى و المستجدات التربوية،
- ....

وبناء عليه وتماشيا مع برنامج العمل السنوي لتنسيق مادة الرياضيات والخاص بالتكوين المستمر، يقترح الفريق الذي تكلف بإعداد أرضية تكوين أساتذة مادة الرياضيات بالإعدادي والتأهيلي المصوغة التالية:

II. مصوغة ديداكتيك الرياضيات الخاصة بالإعدادي

1) الكفايات المهنية المستهدفة:

- **تملك الأدوات النظرية لتدريس المفاهيم الرياضية بالثانوي**
- **تصور وإعداد وضعيات تعليمية ـ تعلمية تهم الحساب الحرفي**
- **تقويم تقدم إرساء الموارد ودرجة نماء الكفاية المستهدفة بالحساب الحرفي**
- **تخطيط التعلمات وفق المقاربة بالكفايات**

2) الأهداف الأساسية

- إنتاج وضعيات مسألة لبناء مفهوم رياضي معين بالإعدادي،
- بناء وضعيات تعلمية لتقديم المتسلسلة $k(a+b) = ka + kb$ والمتطابقة $(a + b)(a – b) = a^2 – b$ ○
- تحليل وتصنيف أخطاء التلاميذ المرتبطة بالحساب الحرفي،
- بناء وضعيات من أجل تقويم درجة نماء الكفاية المستهدفة من خلال الحساب الجبري،
- تخطيط مقطع تعلمي من برنامج مادة الرياضيات بالإعدادي.

3) المحاور الأساسية للمصوغة:

أ- المقاربة البنائية والتدريس عن طريق حل المسائل

- الطبيعة الإبستيمولوجية للمعرفة الرياضية
- ثلاثة تصورات حول التعلم

- المقاربة البنائية
- الوضعية المسألة وتدبير النشاط الرياضي داخل القسم

ب- الحساب الحرفي بالإعدادي والانتقال من النمط الحسابياتي إلى النمط الجبري

- النمط الحسابياتي والنمط الجبري،
- وضع الحرف (Statut de la lettre) ،
- المعاني المختلفة لعلاقة التساوي،
- الأهداف الأساسية للحساب الحرفي
- من اجل التدريس التدريجي للحساب الحرفي بالإعدادي
- الحساب الحرفي، امتداد أم قطيعة؟

ت- تخطيط التعلمات وفق المقاربة بالكفايات:

- نماذج من واقع تدريس الرياضيات بالإعدادي،
- الخطوات الأساسية للتحضير القبلي للدرس
- وثيقة بيداغوجية
- مثال من الإعدادي

III. مصوغة ديداكتيك الرياضيات الخاصة بالثانوي التأهيلي

1) الكفايات المستهدفة:

- **تملك الأدوات النظرية لتدريس المفاهيم الرياضية بالثانوي التأهيلي**
- **تصور وإعداد وضعيات تعليمية - تعلمية تستهدف بناء مفاهيم رياضية بالثانوي التأهيلي**
- **تخطيط التعلمات وفق المقاربة البنائية**

2) الأهداف الأساسية

- بناء وضعيات مسائل لبناء مفاهيم رياضية من برنامج الثانوي التأهيلي ،
- تقديم العدد العقدي كأداة لحل معادلات من الدرجة الثالثة وتنظيم الدرس وفق جذلية أداة-موضوع-أداة
- تصور وتخطيط وضعيات مسألة تبرز أهمية تغيير الإطار في حل المسائل
- بناء وضعيات تعليمية تعلمية تبرز أهمية تغيير الإطار في تقريب المفاهيم الرياضية (النهايات، الدوران...)
- تخطيط درس.

3) المحاور الأساسية للمصوغة:

أ- المقاربة البنائية والتدريس عن طريق حل المسائل

- الطبيعة الإبستيمولوجية للمعرفة الرياضية
- ثلاثة تصورات حول التعلم
- المقاربة البنائية
- الوضعية المسألة وتدبير النشاط الرياضي داخل القسم

ب- تغيير الإطار وجدلية أداة- كائن/ موضوع

- ابستمولوجيا المعرفة الرياضية،
- عمل الباحث في الرياضيات
- وضع الأداة ووضع الكائن لدى مفهوم رياضي معين
- تغيير الإطار
- لعبة الإطارات وجذلية أداة- كائن/ موضوع

ت- تخطيط التعلمات وفق المقاربة البنائية

- نماذج من واقع التدريس بالثانوي الإعدادي
- الخطوات الأساسية للتحضير القبلي للدرس
- وثيقة بيداغوجية
- مثال من الثانوي التأهيلي.

المحور الأول (إعدادي - تأهيلي)

المقاربة البنائية والتدريس عن طريق حل المسائل

I. تقديم:

تتشكل كل وضعية تعليمية - تعلمية من ثلاثة عناصر لها وجود مادي وتتفاعل فيما بينها: المدرس والمعرفة والتلميذ. وهو ما يصطلح عليه بالمثلث التعليمي. ويتفاعل هذا المثلث بدوره مع المناخ الحضاري الذي يتواجد فيه، ومع السياسة التربوية والقيم المؤسساتية.

وهكذا، فكل نشاط تعليمي تعلمي داخل المدرسة يستهدف تعليم الرياضيات ينبني على تفاعل المدرس والتلميذ والمعرفة الرياضية. فما هي طبيعة هذه المعرفة الرياضية؟

II. طبيعة المعرفة الرياضية

يقسم بعض الباحثين في ديداكتيك الرياضيات المعرفة الرياضية إلى أربعة أصناف:

أ- **المعرفة الرياضية عند الباحث أو المختص:** تقدم في شكل جاهز ونهائي وخالية من كل الشوائب والأخطاء والمحاولات الفاشلة.وتعرض بمعزل عن سياقها التاريخي وعن شخصية الباحث وحتى عن المسألة الأولى، أي معزولة عن مجال النشأة.

ب- **المعرفة الرياضية التي يجب أن تدرس،** ويتم اشتقاقها من المعرفة الأولى عن طريق ما يسمى بالنقل، الديداكتيكي (la transposition didactique)، وتوجد بالمقررات الدراسية،

ت- **المعرفة الرياضية المدرسية** وهي التي تقدم من طرف المدرس وتكون مطبوعة بطابعه الخاص والذي يتجلى في

- تفضيله لهذا الترتيب أو ذاك عند تقديمه للمعارف،
- الأهمية التي يوليها لمختلف معاني المفاهيم ومجالات التوظيف،
- تصوراته حول الرياضيات في مجملها وحول المفاهيم المدرسة، وحول الأهداف التعليمية و حول التعلم...

ث- المعرفة الرياضية المستوعبة من طرف المتعلم،

III. كيف يتعلم التلاميذ؟

ثلاث تصورات حول التعلم:

أ- **تصور الرأس الفارغة:** ويرتكز هذا التصور على مجموعة من الفرضيات أهمها:

- المتعلم لا يعرف أي شيء عن المعرفة التى سنقدمها له،
- أفضل وسيلة للتعلم هي خلق وضعية تواصلية مثلى مبنية على: ما يصاغ بوضوح، سيفهم لا محالة من طرف المتلقي/ المتعلم،
- المدرس هو حامل المعرفة، أي المرجع، وهو الذي يقدر ويقيم ويصادق،
- المعرفة محتكرة من طرف المدرس ويثبتها في رأس المتعلم طبقات متراكمة.

ب- **تصور الخطوات الصغيرة:**

تطور هذا التصور اعتمادا على المدرسة السلوكية (béhaviorisme) ويقوم على:

- لنقل التلميذ من مستوى معرفي إلى آخر، علينا تهييئ مجموعة من المراحل الوسيطية. كل واحدة من هذه المراحل تضم صعوبة صغيرة يسهل على المتعلم التغلب عليها،

- يمكن تجزيئ المعرفة إلى معارف جزئية وبسيطة،
- نتعلم عن طريق تراكم المعارف الجزئية،

ت- **تصور الرأس المملوءة**

ينطلق هذا التصور من فرضية أن كل تلميذ يأتي إلى القسم وهو يملك مجموعة من المعارف حول ما سيدرس. إلا أن هذه الأخيرة تبقى على العموم ناقصة وغير مهيكلة. وعلى الوضعية التعليمية التعلمية أن تنقله من هذه وضعية الانطلاق هته إلى وضعية نهائية تكون فيها معارف التلميذ مهيكلة وجديدة. ويشكل هذا التصور مرتكزا للمقاربة البنائية.

IV. المقاربة السوسيو بنائية:

تطورت هذه المقاربة اعتمادا على أبحاث كل من Mugny Piaget, Vygotsky, Bachelard, Doise, وأعمال الباحثين في ديداكتيك الرياضيات أمثال: Brousseau, Vergnaud, Chevallard, Douady ، وترتكز على مجموعة من الفرضيات أهمها:

- **الفرضية الأولى: مأخوذة من أعمال بياجي**

نتعلم بالفعل، ويقصد هنا بعبارة فعل حل المسائل وليس الفعل على أشياء ومواضيع فقط، فالتعلم عملية ذهنية لا خطية، وهو بناء فكري يقوم به الفرد والفرد وحده.

" لقد أفادتنا 30 سنة من البحوث بأنه لا وجود لمعرفة حالة ناتجة عن تسجيل ملاحظات خارجية وفي غياب هيكلة نابعة من نشاط الفرد » (بياجي)

- **لفرضية الثانية: مأخوذة هي كذلك من أعمال بياجي**

تمر المعرفة من حالة توازن إلى آخر عبر أطوار انتقالية حيث يعاد النظر في المعارف السابقة. إذا تمكن المرء من اجتياز حالة اللاتوازن Déséquilibre، فمعناه أن هناك إعادة تنظيم للمعارف، يتم خلاله إدماج المكتسبات الجديدة إلى المعارف القديمة.

- **الفرضية الثالثة:**

أدخل باشلار مفهوم التمثل العفوي (les représentations spontanées):

«العقل ليس فارغا ولا لوحة شمع بكر، مهما يكن سنه» ويظيف: «تتركب التمثلات كعوائق أمام المعرفة العلمية» . وهكذا يستطيع كل تلميذ فك رموز أي وضعية تقترح عليه بتعبئة تمثلات مكونة من صور ذهنية وتقنيات حل المسائل وخوارزميات...، وكلها مرتبطة بمكتسباته السابقة.

- **الفرضية الرابعة:**

يمكن للطفل أن يتعلم أفضل بحضور شخص راشد (المدرس)، وبتعاون مع الأقران.

« L'apprentissage donne donc naissance, réveille et anime chez l'enfant toute une série de développements internes qui, à un moment donné, ne lui sont accessibles que dans le cadre d'une communication avec l'adulte et la collaboration avec les camarades, mais qui, une fois intériorisés, deviendront une conquête propre de l'enfant. » (Vygotsky)

- **الفرضية الخامسة:**

إن جعل التلاميذ في حالة صراع معرفي قد يسهل عليهم اكتساب المعارف، الحديث هنا عن صراع سوسيو معرفي: سوسيو، لأن داخل كل صراع هناك جزء من الاجتماعي.، ومعرفي، لأن موضوع الصراع هو المعرفة. (نتائج أبحاث مدرسة جنيف حول علم النفس الاجتماعي التكوني).

V. المقاربة البنائية والتدريس عن طريق حل المسائل

1. أنواع المسائل في درس الرياضيات:

- المسائل أو التمارين التطبيقية التي تقدم مباشرة بعد إنجاز مقطع من الدرس والتي تهدف إلى تفعيل وتوظيف مفهوم او خاصية أو غيرها.
- المسائل الاستكشافية أو التمهيدية التي تستهدف تقديم مفهوم معين أو التوصل إلى معرفة.
- المسائل والروائز الاختبارية التي تستهدف تقويم التعلمات.

- المسائل التي تستهدف النمذجة وتتوخى ترييض وضعية ملموسة.
- الوضعية المسألة التي تستهدف الإدماج

2. ما هو النشاط الرياضي؟

ممارسة الرياضيات تعني بالأساس: طرح التساؤلات، حل مسائل، بناء خطابات، بناء براهين.

3. ما هي الوضعية المسألة؟

يعرف فيليب ميريو الوضعية المسألة بأنها مسالة لا يمكن للتلميذ حلها دون تعلم جديد:

« c'est une situation dans laquelle il est proposé à l'enfant une tâche qu'il ne peut mener à bien sans effectuer un apprentissage précis. »

- **P.MEIRIEU,** Apprendre... oui, mais comment, ESF, 1995.

4. **مميزات الوضعية المسألة حسب Regine Douady**

تستهدف الوضعية المسألة حسب Douady تعلم مفهوم أو نتيجة أو طريقة حل... وليس هو الحل لحد ذاته. وقد حددت مميزات الوضعية المسالة كالتالي:

1- أن يكون بمقدور التلميذ الانخراط في حل المسألة. يمكنه أن يتوقع حلا أو جوابا ممكنا.	على التلميذ ان لا يبقى مكتوف الأيدي وإلا فلن يستثمر معارفه، ولن يدرك انها غير كافية
2- تبقى معارف التلميذ عموما غير كافية لكي يحل المسألة مباشرة.	وإلا فلن يكون هناك إدراك جديد، هناك إعادة استثمار المكتسبات السابقة (وهذا شيء ضروري إلا انه غير كافي). هذه الميزة أساسية، لأنه باستثمار معارفه، عليه أن يعي أنها غير كافية، وإلاحسب مبدإ الاقتصاد، لن ينميها، سيبحث فقط على ءمتها حسب الوضع.
3- يجب أن تسمح المسألة للتلميذ بأن يقرر هل الحل المعثور علية ملائم ام لا.	على التلميذ وحده ان يدرك ويعي عدم كفاية معارفه بنفسه. الشيء الذي يدرك من خلال الأخطاء أو ثقل الطريقة المتبعة
4- يجب أن تكون المعرفة التي نريد أن يدركها التلميذ هي الأكثر ملاءمة للتوصل إلى حل للمسالة في مستوى التلميذ.	هذا الشرط بديهي, إلا أنه صعب المنال، حيث إن التلميذ قد يكتشف اداة ملائمة لحل المسألة وغير ملائمة للمعرفة المنشودة. مما يؤكد ضرورة التحليل القبلي للمسألة: ماذا سيفعل التلميذ أمام هذه المسألة؟

5. تدبير الوضعية المسألة داخل القسم

هذا التدبير يتضمن عدة مراحل حسب غوي بروسو: مرحلة الفعل، مرحلة الصياغة، مرحلة التصديق، مرحلة المأسسة، مرحلة تمارين متبوعة بتقييم.

6. ما هي الأسئلة التي يجب أن نجيب عليها لكي نقرر هل هذه الوضعية هي بالفعل وضعية مسألة؟

أ- دور المفهوم في التعليم:
- دراسة المقررات،
- دراسة وتحليل الكتاب المدرسي.

ب- المفهوم المدروس
- دوره في الحياة اليومية
- دوره في المادة المعنية.

ت- التصورات الأصلية للتلاميذ
- أخطاؤهم،
- العوائق،
- التصورات الأصلية.

ث- التصورات النهائية المرجوة:

- أهداف المعرفة والمهارات،
- ما هي التصرفات الملحوظة التي ستبث أن التلميذ أدرك هذا المفهوم؟
- أي تمثلات أرغب أن تكون لديه حول هذا المفهوم؟

7. **تحضير الحصة:**

✓ تحليل قبلي للوضعية المسألة:

- ماذا سيفعل التلاميذ؟
- هل بإمكانهم الاندماج في سيرورة بحث عن حل؟
- هل سيستعملون بالفعل تصوراتهم " العاجزة" أي غير الكافية؟

✓ أي تدبير داخل الفصل؟

- هل ينظم البحث في مجموعات؟ كيف يتم تكوين هذه المجموعات؟
- ما هي التعليمات التي سأعطيها للتلاميذ؟
- أي دور سألعب خلال فترة البحث؟ بعبارة أخرى، في حالة حصر؟
- هل ستكون هناك مرحلة صياغة؟ مرحلة تصديق؟

✓ التقييم

- ماذا سنقيم؟ معارف ومهارات التلاميذ، وكذلك تطور تصوراتهم؛
- أي أدوات تقييم سأستعمل من أجل ذلك؟
- هل تطورت تصورات التلاميذ؟

✓ التحليل البعدي:

- ما الفرق بين ما توقعته وما حدث بالفعل؟ لماذا هذه الفروقات؟
- ماذا علي أن أغيره في مقطع جديد.

8. كيف نبني وضعيات مسألة؟

بجب أن نأخذ بعين الاعتبار المفاهيم المجاورة والمرتبطة بشكل وثيق بالمفهوم الذي نريد تدريسه: مثلا مفهوم الدالة الخطية مرتبط بمفهومي العدد والتناسب....
كما علينا أن نعتبر كذلك الدور الذي يلعبه المفهوم المعني بالأمر في تعليم الرياضيات والمواد الأخرى.
كما يجب أن نتوفر على معلومات بخصوص تصورات التلاميذ حول المفهوم المدروس، وحول مكتسباتهم القبلية وأهداف المعارف والكفايات المنشودة...

انتهى

ملحوضة: توجد بالقرص المدمج مجموعة من الأمثلة تهم هذا المحور.

المحور الثاني: الحساب الحرفي بالإعدادي

الحساب الحرفي والانتقال من النمط الحسابي إلى النمط الجبري

النمط الحسابي والنمط الجبري

أ- النمط الحسابي:

- استعمال الكميات المعروفة فقط والانتقال التدريجي من المعلوم إلى المجهول.
- حل مسائل عددية مع استعمال الأعداد العشرية والصحيحة والكسرية بصورة أساسية.
- أداته الرئيسية هي اللغة العادية ومصطلحات الحساب العددي.
- يلعب الحساب دورا تقنيا بحتا، ولا تشكل العمليات الحسابية إلا مراحل وسيطية و تأخذ أهميتها من خلال النتيجة المحصل عليها في النهاية.

ب- النمط الجبري:

- كتابة علاقات بين كميات معلومة أو مجهولة،
- استعمال الوسيطات والمتغيرات،
- يترجم الخطاب العادي إلى تعابير حرفية (جبرية) تكون موضوع حساب حرفي.

قانون الحرف وأدواره statut de la lettre

1. الحرف في وضعية الكائن (lettre objet):

- يمثل شيئا محددا: A نقطة من المستوى أو π.
- الحرف يمثل وحدة قياس: 4 m من أحل 4 أمتار
- الحرف يمثل كائنا رياضيا : $L= S\square l$ (المساحة) أو $P=\pi \square D$ (المحيط)

2. الحرف في وضعية المتغير lettre variable:

- ما هو العدد الذي يمكننا وضعه مكان الحرف t: $1,2 < t < 1,5$

3. **الحرف في وضعية المجهول lettre inconnue** :

- نجده في وضعيات تربيض المسائل أو حل المعادلات.

4. **الحرف في وضعية المبهم (indéterminé):**

- لكل الأعداد a وb و k، $k(a+b) = ka+kb$
- المتطابقات الهامة

5. **الحرف في وضعية الوسيط (paramètre):**

- يمثل الحرف في هذه الحالة كمية تحسب معروفة مقارنة مع باقي الحروف الأخرى التي تأخذ دور المتغير أو المبهم أو المجهول: $ax+b=0,\ y = ax+b,\ f(x) = ax$

III. المعاني المختلفة لعلاقة التساوي:

1) الإعلان عن نتيجة، الدفع إلى إنجاز عملية

= يعني بالنسبة للتلميذ أن عليه أن ينجز العملية التي توجد على اليسار.... = **1/2 +4/5**، تتم القراءة في هذه الحالة من اليسار إلى اليمين وليس العكس: $1/2 + 4/5 = 13/10$

2) التساوي المشروط، المعادلة:

في هذه الحالة = يقرأ ويفهم كالتالي: ما هي الأعداد التي تجعل التساوي صحيحا $(x+2 = 3 - x)$

3) التساوي دائما صحيحا: المتطابقة

يمكننا أن نجد نوعين من هذه المتطابقات، متطابقات عددية وأخرى جبرية:

المتطابقة العددية: $5+3=4+4$، $1/2+10 = 10.5$،

المتطابقة الجبرية: $k(a+b) = ka+kb$

4) التساوي يعني تعيين أو ربط (cadre fonctionnel)

يعني أن نربط الترميز بإجراء محدد:

$f(x)=x^2+5$ يعني أن نربط الترميز $f(x)$ بالإجراء احسب أس 2 ثم أضف 5

IV. الأهداف الأساسية للحساب الحرفي:

أ- أداة لتعليل وتوضيح قواعد وتقنيات الحساب (تطبيقات على الحساب الذهني، إزالة الأقواس...)

ب- أداة فعالة لحل المسائل

ت- أداة للتعميم والبرهنة

V. النمط الحساباتي والنمط الجبري، امتداد أم قطيعة؟

يجمع الباحثون على أن الجبر ليس امتدادا أو تعميقا مبسطا للحساب العددي، وإنما توجد قطيعة إبستملوجية بين النمط الحسابي والنمط الجبري. وهذا ما يستوجب:

- العمل بجدية على المستوى المفاهيمي والإدخال التدريجي والمتأني لمفاهيم الجبر وتقنياته والعمل على مستوى بناء المعنى وتجنب الإفراط في التدريب التقني.
- إبراز قوة الحساب الجبري مقارنة مع الحساب العددي بالنسبة للحل والصياغة والتعميم والتعليل.
- تنمية مهارات الحساب (تعرف واختيار الشكل الملائم الأسرع والأكثر تنظيما، الحساب الذهني المعقلن).
- لا يقتصر النمط الجبري على ما هو تقني محض، بل يجب فسح المجال أمام التلميذ للتفكير وأخذ البادرات بكل حرية.
- استثمار الحساب الجبري في تنمية مهارات الاستدلال حتى يعي التلميذ بأن البراهين لا توجد فقط في الهندسة، وأن الرياضيات تبنى وأن هناك انسجاما بين مفاهيمها،وأن أدوات وتقنيات الحساب ليست عشوائية، بالإظافة إلى أن الممارسة الجبرية تسمح بالاستعمال المبكر للمثال المضاد وتبين الحاجة إلى الاستدلال.

VI. أنشطة للاستثمار

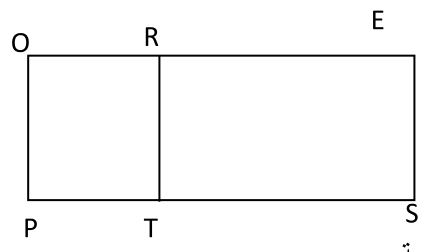
<table>
<tr><th></th><th>تمرين</th><th>أهداف</th></tr>
<tr><td>1</td><td>
x عدد،
1) علما أن $A=x-1$; $B=x+9/5$; $C=(x+9)/5$; $D=9/(x+5)$
أتمم الجمل التالية:

A هو...... x و1
..... هو حارج مجموع x و9 على 5
......هو مجموع x وخارج 9على 5
....هو.......ل9 على..... ل x و5

2) أتمم العمود الثاني في الجدول
<table>
<tr><th></th><th>كتابة رياضية</th></tr>
<tr><td>مجموع 5 وجذاء 8 و x</td><td></td></tr>
<tr><td>جذاء 5 ومجموع 8 و x</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>
التعرف على المجموع و الجذاء والتفريق بينهما

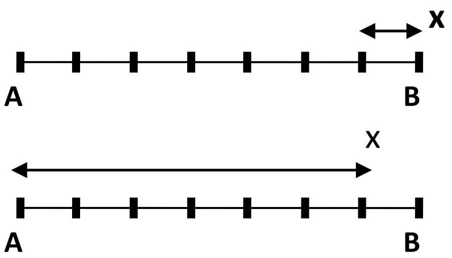
وضعية الحرف: متغير
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
أتمم الجدول التالي:
<table>
<tr><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>a-(b-c)</th><th>a-b-c</th><th>a-b+c</th></tr>
<tr><td>50</td><td>26</td><td>14</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,3</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
هل نحصل على نفس النتائج؟ علل جوابك
</td><td>

إنجاز مهام التعويض واحترام الأسبقية
وضعية الحرف: متغير
ممارسة الاستدلال: البرهنة عن طريق مثال مضاد.

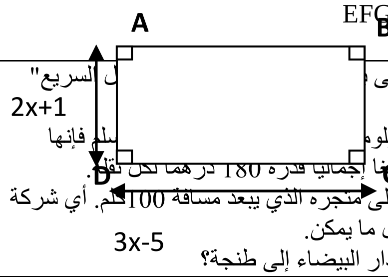
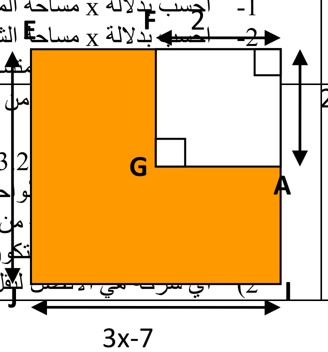
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
TROP مربع، وTRES مستطيل
a يرمز إلى طول الضلع [OR] بالسنتمتر
طول القطعة [RE] هو 8cm


باستعمال الشكل حدد في الجدول التالي ما إذا كان التعبير المقترح محيطا أم مساحة
<table>
<tr><th></th><th>أجوبة</th></tr>
<tr><td>$a \times 8$</td><td></td></tr>
<tr><td>$a + 8$</td><td></td></tr>
<tr><td>$a^2 + 8a$</td><td></td></tr>
<tr><td>$(a+8)+(a+8)+a+a$</td><td></td></tr>
<tr><td>$4a$</td><td></td></tr>
<tr><td>$a \times (a+8)$</td><td></td></tr>
<tr><td>$4a + 16$</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>
الحرف: متغير

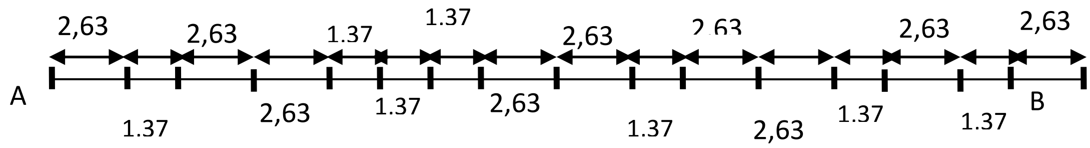
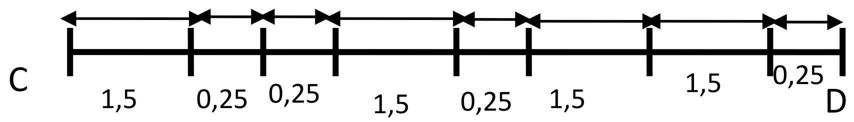
حساب مقدار بدلالة آخر
</td></tr>
</table>

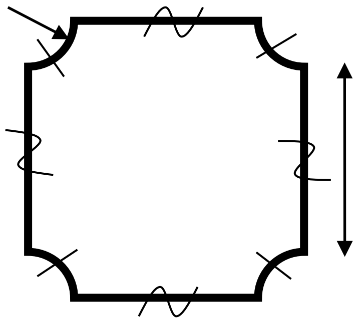
<table>
<tr><td>4</td><td>من بين التعابير التالية، احذف التي لا تساوي دائما $4n + 4$:
$8\times n$; $n+3\times n+4$; $n+1+n+1+n+1+n+1$; $(2\times n+2\times n)+(n+n+n+n)$;
$2\times 2+2+2\times n$; $4(n+4)$</td><td>• تحويل تعابير جبرية عن طريق استعمال توزيعية الضرب بالنسبة للجمع
• الحرف: مبهم</td></tr>
<tr><td>5</td><td>وضعنا مجموعة من الكتب على رف مكتبة طوله 1,5m. بعض من هذه الكتب عرضه 3cm والبعض الآخر عرض كل واحد منه 5cm. وحيث أن هذه الكتب ملأت الرف بأكمله، ما هو عدد الكتب التي وضعناها في هذا الرف؟</td><td>• تربيض وضعية: ترجمة نص لغوي إلى تعبير جبري
• الحرف: مجهول</td></tr>
<tr><td>6</td><td>هل هذه العبارة دائما صحيحة؟ علل جوابك.
" مجموع ثلاثة أعداد متتابعة (متتالية) هو مضاعف ل 3. "</td><td>• ممارسة الاستدلال: البرهنة باستعمال تعبير جبري
• الحرف: مبهم</td></tr>
<tr><td>7</td><td>في العمود الأول من الجدول يظهر برنامج حسابي.
1) اتمم العمود الثاني
2) الحرف x يمثل العدد المختار، أتمم العمود الثالث.
<table>
<tr><td>برنامج الحساب:</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>▪ أختار عددا</td><td></td><td>x</td></tr>
<tr><td>▪ أحسب ضعف العدد</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>▪ أحسب مجموع الجذاء السابق والعدد 6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>▪ أحسب الفرق بين المجموع السابق و العدد المختار</td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>• تغيير في السجل (changement de registre) من اللغة العادية إلى لغة الرموز
• الحرف: متغير
• تبسيط تعبير جبري</td></tr>
<tr><td>8</td><td>بسط التعابير التالية:
$A=0 \times a + b \times c + 1 \times d = ...$; $B= x + x + 4 + x +7 = ...$
$C= 5x + 3 + x + 7 = ...$; $D= 5x + 3x + 7x = ...$;
$E = 3 \times 5 \times (a + b) = ...$ $F = 3 \times x \times 2 \times x$</td><td>الحرف مبهم</td></tr>
<tr><td>9</td><td>أحسب بدلالة x طول القطعة [AB] في الحالتين:
</td><td>الحرف: متغير</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1) اختر عددا، 2) اضربه في 8 ، 3) أضف 10 إلى الجذاء المحصل عليه، 4) اقسم المجموع على 2 ، 5) أضف 7 إلى الخارج، خذ ربع المجموعثم احذف 3 .
أعد هذا هذه العملية عدة مرات مع أأعداد مختلفة. كيف يمكنك توضيح وشرح النتائج المحصل عليها.</td><td>تحفيز التلاميذ على الرجوع إلى الحرف لضرورة التعليل بعد التضنن
الحرف : متغير</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>11</td><td>$A= 3x +4y - 2$ احسب A بالنسبة ل $x = 0$ و $y = 1$</td><td>تعويض بالحساب العددي
الحرف: متغير</td></tr>
<tr><td>12</td><td>لدينا المتساويات التالية:
$2x + 3 = 10$; $4x – 2 =10$; $6(1 + x) = 9 \times 2$; $7x – 3 =7 + 2x$
حدد المتساويات التي تراها صحيحة.</td><td>روائز تستهدف تنمية معاني التساوي، متساويات قد تكون صحيحة أو لا حسب القيم
الحرف: مجهول</td></tr>
<tr><td>13</td><td>من بين الجذاءات التالية حدد التي تساوي محيط دائرة شعاعها 10 :
$10\times\pi^2$; $\pi \times 2 \times 10$; $10 \times \pi$; $10 \times\pi \times 2$</td><td>تعرف المتطابقات العددية بعد التعويض في تعبير جبري
الحرف: عدد</td></tr>
<tr><td>14</td><td>$C = (5x -3)^2 – (2x – 1)(5x – 3)$
1. انشر واختصر ورتب C
2. احسب C بالنسبة ل $x = -2$</td><td>من المبهم إلى المجهول</td></tr>
</table>

	3. حل المعادلة $(5x-3)(2-3x)=0$	
15	$A=(2x+3)(-4+x)-4x(x-4)$ 1- حل المعادلة $A=12$ 2- حل المعادلة $A=0$	التحفيز على أخذ المبادرة (التعميل أم النشر) الحرف
16	احسب سريعا ودون وضع عملية الضرب: - $A=109\times 91$ ، $B=125^2-75^2$ ، - $C=103^2$	المتطابقات العددية
17	لاحظ الشكل، 1- احسب بدلالة x مساحة المستطيل ABCD 2- احسب بدلالة x مساحة الشكل الملون EFGHI متساويتين.   	الانتقال من الإطار الهندسي إلى الإطار الجبري عبر ترييض وضعية الحرف: مجهول
18	من الدار البيضاء إلى ... السريع" ... 3.2 درهما عن الكيلو... فإنها ... واحد مع إضافة مبلغا إجماليا قدره 180 درهما لكل نقل. ... من الدار البيضاء إلى متجره الذي يبعد مسافة 100كلم. أي شركة ... تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن. 2) أي شركة هي الأفضل لنقل بضاعة من الدار البيضاء إلى طنجة؟	ترييض وضعية الحرف: مجهول

$k(a + b) = ka + kb$ أنشطة تمهيدية لتقديم المتسلسلة:

1	احسب دون وضع العمليات: 1) $22,1 \times 11$ 2) $101 \times 28,5$ 3) $3,25 \times 96$ 4) $42,5 \times 998$
2	احسب طول القطعة [AB] وطول القطعة [CD]حيث:  
3	شارك 104 تلميذا في رحلة، وكان كل تلميذ ينفق يوميا: - 120 درهم من أجل التغذية والإقامة. - 66.25 من أجل التنقل وزيارة الأماكن الأثرية. ما هي الكلفة اليومية لهذه الرحلة بالنسبة للجميع
4	اشترى تاجر 86.50 مترا من ثوب قطني بثمن 52.55 درهما للمتر الواحد، ثم أظاف 86.50 مترا من ثوب حريري بثمن 47.45 درهما للمتر الواحد. ما هو الثمن الذي دفعه التاجر؟

5	احسب محيط هذه القطعة الأرضية بأسرع ما يمكن 

نشاط تمهيدي لتقديم

المتطابقة الهامة: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

1) بالنسبة لكل سطر، تفحص جيدا الأعداد المكتوبة بالخانات، ثم اكتب جميع المتساويات التي تخطر ببالك.

$(5+3)(5-3)$	$2\times5\times3$	5^2-3^2	$(5-3)^2$	3^2-5^2
$(8+7)(8-7)$	$(8+7)^2$	$2\times7\times8$	$(8-7)^2$	8^2-7^2
$(50+20)(50-20)$	50^2+20^2	50^2-20^2	20^2-50^2	$(20+50)(20-50)$
$(2+9)(2-9)$	2^2-9^2	$(9+2)(9-2)$	9^2-2^2	$(9-2)^2$

2) تحقق من ذلك واكتب جميع المتساويات الممكنة.

3) ماذا يمكنك أن تتضنن؟

4) برهن على كل مضنونة تجدها.

انتهى

المحور الثالث: (إعدادي+ تأهيلي)

تخطيط التعلمات

I. أهمية التحضير القبلي للدرس

يمكن التحضير القبلي والجدي للدرس من:

- إضفاء طابع العقلانية على أنشطة الدرس
- التحكم في مسار الدرس وتجنب العشوائية
- تحديد القدرات المستهدفة وأهداف الدرس وعناصره وجزئياته
- تحديد وضعيات التعلم والأنشطة الملازمة لها.
- توقع طبيعة الصعوبات وبرمجة وسائل تذليلها
- تحديد أدوات التقييم
- تحديد أنشطة الدعم

....

II. خطوات التحضير القبلي للدرس

يمكننا أن نتبع المراحل الكبرى التالية أثناء التحضير القبلي لدرس الرياضيات:

- **تحديد الأهداف والقدرات المنتظرة من الدرس(التوجيهات التربوية لتدريس الرياضيات)**
- **وضع سيناريو الدرس**
- **تهيئي ملخصات (ما سيدونه التلميذ)**
- **اختيار التمارين التطبيقية وتمارين البحث**
- **تحضير أدوات التقويم**

1. **الأهداف والقدرات المنتظرة:**

- ما هي المعارف والمهارات والكفايات والقدرات التي على التلميذ أن يكتسبها؟(Savoirs, savoir faire, savoir être)
- ما هي المكتسبات السابقة (les prerequis) التي على التلميذ أن يكون متمكنا منها من أجل مسايرته للدرس الجديد؟

2. **وضع سيناريو للدرس:**

- يعني اختيار الأنشطة التي ستقترح على التلاميذ وضبط سيرها ومدتها، ومقاربات الإنجاز، وتحديد مختلف التعليمات والتوجيهات التي ستقدم للتلاميذ، مع تعيين الأدوار التي سيلعبها كل طرف (الأستاذ والتلميذ) في كل مرحلة، وكذلك الأدوات اللازمة.

ويمكن تقسيم الأنشطة المختارة إلى:

← أنشطة ضبط المكتسبات
← أنشطة التحفيز (عند تقديم المفاهيم الجديدة)
← أنشطة البناء
← أنشطة التوظيف (faire fonctionner la notion)

3. **تحضير الملخصات:**

- الملخصات هبي توليف (synthèse) للتعلمات . تمكن التلميذ من هيكلة ومأسسة معارفه. وتشكل مرجعا أساسيا له. يجب الحرص علي أن تكون مركزة ووظيفية.

4. **اختيار التمارين التطبيقية وتمارين البحث:**

- عليها أن تكون متنوعة ومتدرجة. تمكن التلميذ من اختبار مكتسباته الجديدة والتدرب على البحث وحل المسائل وتنمية كفاياته التواصلية.

5. تحضير أدوات التقويم:

- على أنشطة التقويم أن تمكن الأستاذ من معرف مدى تحقق الأهداف المسطرة من جهة، وتمكن التلميذ من معرفة موقعه من تلك الأهداف.
- ينجز التقويم خلال جميع مراحل الدرس وبطرق مختلفة.

.1

IV. تحليل المفهوم المراد تدريسه:

- لماذا هذا المفهوم في هذا الوقت؟ (الامتدادات السابقة واللاحقة)
- الأهمية الاجتماعية لهذا المفهوم) يمكن من حل مجموعة من المسائل، في الحياة العامة أو في المواد الأخرى...)
- ما هي الوضعيات التي سنوظفها من أجل التعلم؟
- الخريطة المفاهيمية للدرس.

V. اقتراح وثيقة بيداغوجية:

وثيقة بيداغوجية:

وثيقة رقم:...

عنوان الدرس:...................................

المستوى:................................ المدة الزمنية............

الأهداف والقدرات المنتظرة: ....

المكتسبات:..

المقاربة البيداغوجية:.. التقنيات:..

الوسائل التعليمية:...

خطوات الإنجاز (السيناريو):

المرحلة، المدة، الموضوع	**دور الأستاذ**	**دور التلميذ**
<u>المرحلة الأولى، (...دقيقة)</u> ضبط المكتسبات	اقتراح النشاط 1 وتصحيحه مع التركيز على .... طرح الأسئلة التالية...........	- الإنجاز الفردي للنشاط 1 - الإجابة عن الأسئلة
<u>المرحلة الثانية، (...دقيقة)</u> - تحفيز التلاميذ من أجل تقديم المفهوم الجديد	- تقديم نبذة تاريخية عن المفهوم، - كتابة العنوان على السبورة...	
<u>المرحلة الثالثة، (...دقيقة)</u> - أنشطة البناء - تقديم المفهوم (تعريف، خاصية، تقنية....) - تقييم توليف	- كتابة الأنشطة على السبورة، - تكليف التلاميذ بالإنجاز، - تقديم التعليمات والتوجيهات - طرح الأسئلة........ - ضبط تصورات التلاميذ - إذكاء الصراعات المعرفية - المساعدة على توليف النتائج والتعلمات - مأسسة المعرفة	- الإنجاز الفردي أو الجماعي للأنشطة المقترحة. - التصحيح الذاتي - طرح التساؤلات - كتابة التصحيح على السبورة - تبليغ اقتراحاته والدفاع عنها - كتابة الملخصات على الدفتر
<u>المرحلة الرابعة، (...دقيقة)</u> توظيف المفهوم، الخاصية، التقنية، الخوارزمية......		
<u>المرحلةالخامسة، (...دقيقة)</u> - التقييم النهائي	-تلخيص النقط المهمة والعناصر الأساسية تقييم مستوى تحقق الأهداف	الإنجاز الفردي للتمارين المقترحة طرح التساؤلات والاستفسارات

VI. مثال 1: تخطيط درس الإسقاط

- **الموضوع**: الإسقاط
- **المستوى**: الجذع المشترك العلمي والتكنلوجي
- **المدة**: 5 ساعات

أ- ماذا تقول التوجيهات التربوية؟

- **القدرة المنتظرة:** الترجمة المتجهية لمبرهنة طاليس
- **الأهداف**:
  - التعرف على مسقط نقطة على مستقيم بتواز مع مستقيم آخر
  - توظيف الإسقاط في حل مسائل هندسية
  - توظيف مبرهنة طاليس في حل مسائل هندسية
  - توظيف خاصية الحفاظ على معامل استقامية متجهيتين لإثبات علاقات متجهية

ب- نبذة تاريخية:

طاليس والهرم الأكبر مثلا

ت- الأهمية الاجتماعية لهذا المفهوم

يمكن الإسقاط من حل مجموعة من المسائل المرتبطة بحساب الأطوال وتقسيم القطع المستقيمية.وتتعلق هذه المسائل بالحياة العامة أو المواد الدراسية الأخرى كالفيزياء والهندسة الصناعية والمعمارية.....

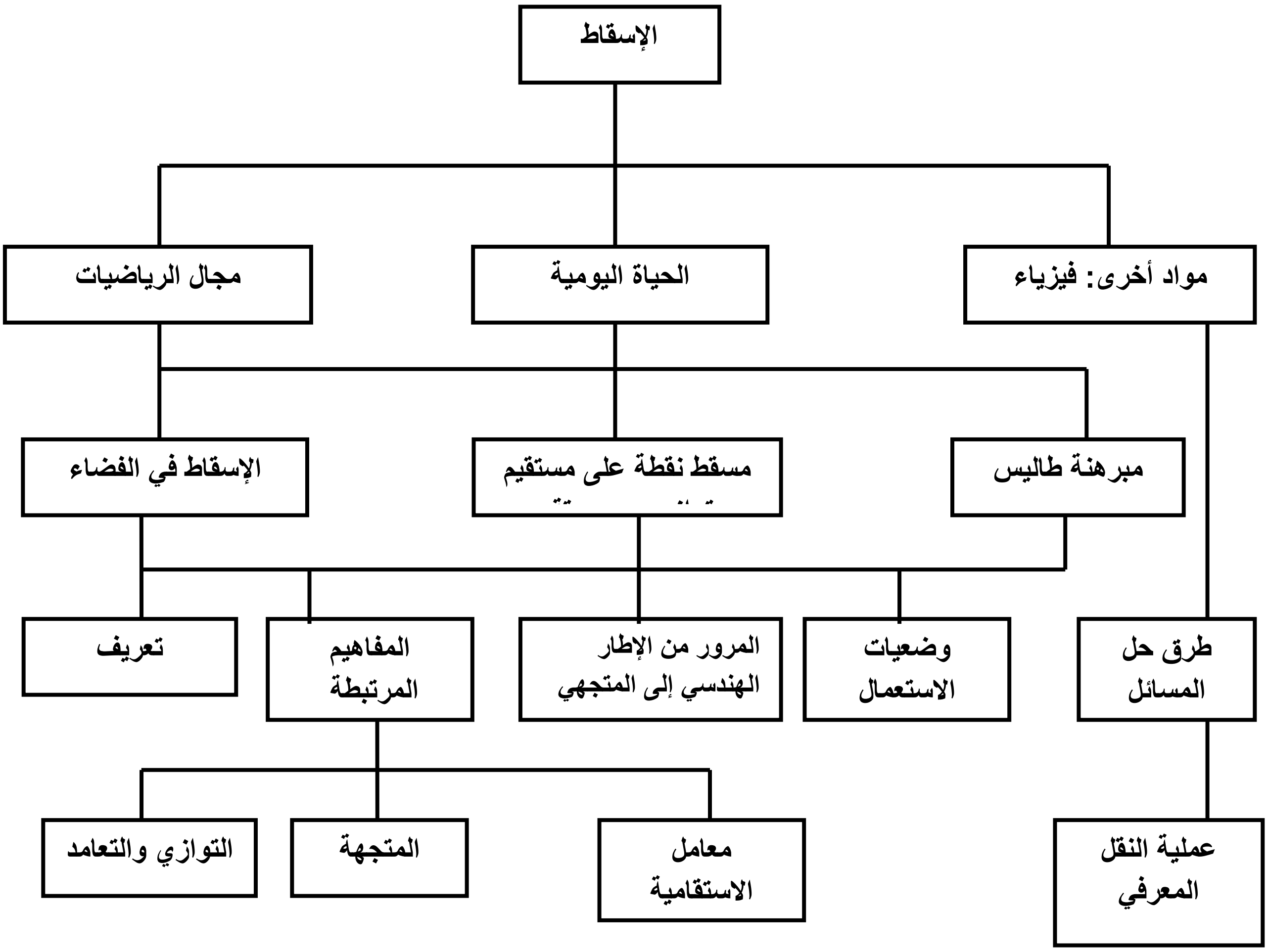
ث- لماذا هذا المفهوم في هذا الوقت؟

الامتدادات السابقة واللاحقة: يأتي هذا الدرس لتتميم وتعميق المعارف الخاصة بمبرهنة طاليس المباشرة والعكسية والتي شرع في دراستها منذ مستوى الثانية إعدادي .....

ج- ما هي الوضعيات التي سنوظفها من أجل التعلم؟

- وضعية 1:التعرف على المسقط العمودي لنقطة في المستوى،
- وضعية 2: التعرف على مسقط نقطة على مستقيم بتواز مع مستقيم آخر،
- وضعية 3:استعمال الإسقاط في حل مسائل هندسية،
- وضعية 4: حل مسائل هندسية باستعمال طاليس،
- وضعية 5: توظيف الحفاظ عل معامل استقامية متجهتين،
- وضعية 6: حل مسائل من الواقع المعاش أو من مواد أخرى،
- ....

ح- **الخريطة المفاهيمية لدرس الإسقاط**



ملحوظة: يوجد مثال لتحضير درس المعادلات (إعدادي) بالقرص المدمج

انتهى

المحور الرابع:

تغيير الإطار وجدلية أداة – كائن / موضوع

ملاحظات أولية:

أ- يرتكز هذا العرض بالأساس على مقال الباحثة الفرنسية Regine Douady والمنشور بالمجلة المتخصصة: Recherche en didactique des mathématiques
المرجع: R. DOUADY - 1986 - Volume 7-2 – Recherche en Didactique des Mathématiques - La Pensée Sauvage.

ب- الصيغة جذلية "الأداة-الكائن أو الموضوع" هي ترجمة شخصية للصيغة الفرنسية "dialectique outil-objet وفي رأيي الخاص فإن مصطلح " objet " يعبر عن "الكائن" في بعض السياقات سنقف عندها خلال العرض ويعبر عن "الموضوع" عندما يكون الكائن موضوع دراسة.
أما المصطلح العربي المقابل لمصطلح " objet mathématique " حسب المعجم الصادر عن وزارة التربية الوطنية(1980)(1) ، فهو "الكائن الرياضي". لذا ارتأينا استعمال المرادفين.
(1) " مصطلحات الرياضيات في التعليم العام". معجم عربي فرنسي. مطبعة النجاح. الدار البيضاء.

I. ابستمولوجيا المعرفة الرياضية

يقسم الباحثون في ديداكتيك الرياضيات المعرفة الرياضية إلى اربعة انواع حسب مجالات الاشتغال:
- المعرفة العالمة (عند الباحث أو المختص)
- المعرفة الرياضية في المقررات الدراسية
- المعرفة المدرسية التي يقدمها الأستاذ
- المعرفة المكتسبة من طرف التلميذ

II. عمل الباحث في الرياضيات

❖ يواجه الباحث في الرياضيات مجموعة من المشاكل التي لم يسبق لأحد أن وجد لها حلولا. فتراه يستثمر لهذا الغرض مجموعة من المعارف الرياضية، بعضها مؤسسي ومشترك بين جماعة الرياضيين (هذا الفضاء مقعر أم لا؟ هذه الدالة متصلة أم لا؟) والبعض الآخر مرتبط بالأسئلة المطروحة والطرائق المختارة والممارسات الشخصية. ولحل الوضعيات المسألة، يعبئ الباحث أيضا مجموعة من الأشياء أو الكائنات(objets) الرياضية (الفضاء الطوبولوجي، الدوال المتصلة، التقعر،...) والتي لها دلالة داخل المجال المدروس.
جملة من هذه الأشياء تكون في وضع الأداة (outil): (المبرهنة: صورة فضاء مقعر بدالة متصلة هي فضاء مقعر).
و ينسج الباحث أيضا شبكة من العلاقات بين مفاهيم تنتمي إلى نفس الإطار أو إلى إطارات مختلفة (جبري، هندسي، مبياني، تحليلي، عددي...). عملية تغيير الإطار عادة ما تؤدي بالباحث إلى إنتاج وابتكار مفاهيم وطرق جديدة، تسمى "أدوات" (outils) تجيب على حاجيات اللحظة.

III. وضع الأداة ووضع الكائن لدى مفهوم رياضي

statut d’outil et statut d’objet pour un concept mathématique

يعتبر الرياضيون أنه من الضروري تقييم مدى وأهمية الأدوات التي عدلوها أو ابتكروها في سياق عملهم و عرضها على المجتمع الرياضي. من أجل ذلك تراهم يبحثون عن أفضل الصياغات الممكنة (formulation) والتي تعزل هذه الأدوات عن السياق الخاص للنشأة وتقديمها في صيغة معممة تمكن لاحقا من إدخال تعديلات وتحويلات تؤدي إلى خلق أدوات مفاهيمية جديدة من طرف باحثين جدد وفي مجالات أخرى.

أ- وضع الكائن

statut d’objet

يتم الإعلان إذن عن المعرفة الجديدة وقد نزع عنها كل ما يحيل على سياق النشأة أوعلي شخصية الباحث. فعادة ما تدمج هذه المعرفة في منظومة معرفية موجودة سابقا بحيث يصبح بإمكانها تغيير الهندسة العامة لهذه الأخيرة. وهكذا تصبح المعارف الجديدة في وضعية الكائن. وحسب ريجين دوادي **فالكائن الرياضي هو موضوع ثقافي له مكانته وموقعه ضمن منظومة المعارف الرياضية العالمة (savoir savant) في فترة معينة ومعترف به اجتماعيا.**

يعرف الكائن رياضيا باستقلال تام عن مجالات الاستعمال والتوظيف. وتمكن وضعية الكائن من رسملة المعرفة وتوسيع المنظومة المعرفية، كما تمكن أيضا من إعادة استثماره في مجالات جديدة وبعيدة كل البعد عن المجال الأصلي.

ومن اجل ضرورات البحث، أي حل المسائل، يبتكر الباحثون في بعض الأحيان كائنات رياضية يكون الهدف منها ترتيب الأفكار والمعارف أو تعميم النتائج أو توحيد المسائل التي تحل عن طريق مفاهيم من نفس المجال كالجبر مثلا أو لأجل ضرورات العرض.

مثال: ظهور الأعداد العقدية

ظهرت في سياق البحث عن حلول للمعادلة من الدرجة الثالثة بمجهول واحد: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ وفي حقبة كان معروفا فيها الأعداد الموجبة والأعداد السالبة، إنه القرن السادس عشر.

المشكل الذي طرح آنذاك كان كالتالي: كيف نفسر أنه لحل معادلة من الدرجة الثالثة وذات معاملات حقيقية، نحتاج إلى حساب جذور مربعة لأعداد سالبة؟ ما هو المعنى الذي ستأخذه هته الجذور والتي لا يمكن أن تكون أعدادا (لأن مربع عدد هو عدد موجب)؟

استطاعت هذه الأعداد أن تأخذ مشروعيتها من خلال صحة حلول المعادلة التي تمكن من إيجادها.

ووجب انتظار نهاية القرن الثامن عشر (ويسيل) وبداية القرن التاسع عشر (كوس وفيما بعد كوشي) لكي يتم البناء الرياضي لهذه الأعداد وتنتقل إلى وضعية الكائن الرياضي (statut d’objet)

ب-وضع الأداة (statut d’objet)

يكون مفهوم معين في وضعية أداة عندما تدفعنا الحاجة إلى استعماله لحل المسائل، ويمكن لنفس الأداة أن تكون ملائمة لحل مسائل مختلفة، كما يمكن لأدوات مختلفة أن تكون ملائمة لحل نفس المسألة. وإذا كانت هذه الأداة مرتبطة بمفهوم في طور البلورة (العدد العقدي) فإنها تكون ضمنية (implicite). وتكون صريحة (explicite) إذا ارتبطت باستعمال واعي وإرادي لكائن رياضي محدد في حل مسألة ما.

إن البعد الأدواتي هو مكون من مكونات المفهوم الرياضي.

مثال:

هل يوجد مربع مساحته $12\ cm^2$ ؟

جواب تلميذ الابتدائي أو الإعدادي:

عندما يمر الضلع من 3cm إلى 4cm فإن المساحة ستمر لا محالة من $9\ cm^2$ إلى $16\ cm^2$ ، إذن توجد لحظة تكون فيها المساحة $12\ cm^2$.

1
2

9

- ✓ العلاقة بين أبعاد المربع ومساحته هي أداة معلنة لدى تلميذ الابتدائي والإعدادي.
- ✓ الدالة $x\to x^2$ واتصالها ومبرهنة القيم الوسيطية هي مفاهيم ضرورية لتبرير دفوعات التلميذ. هذه المفاهيم الرياضية المجهولة من طرف تلامذة الابتدائي والإعدادي تتدخل كأدوات ضمنية (outils implicites).
- ✓ بالنسبة ل Vergnaud، يتعلق الأمر بمبرهنات موجودة بالفعل. (théorèmes en acte)

IV. تغيير اللاإطار

أ- إذا نظرنا إلى تطور الرياضيات عبر التاريخ، نجد إن جزءا كبيرا من عمل الرياضيين يخصص ل:

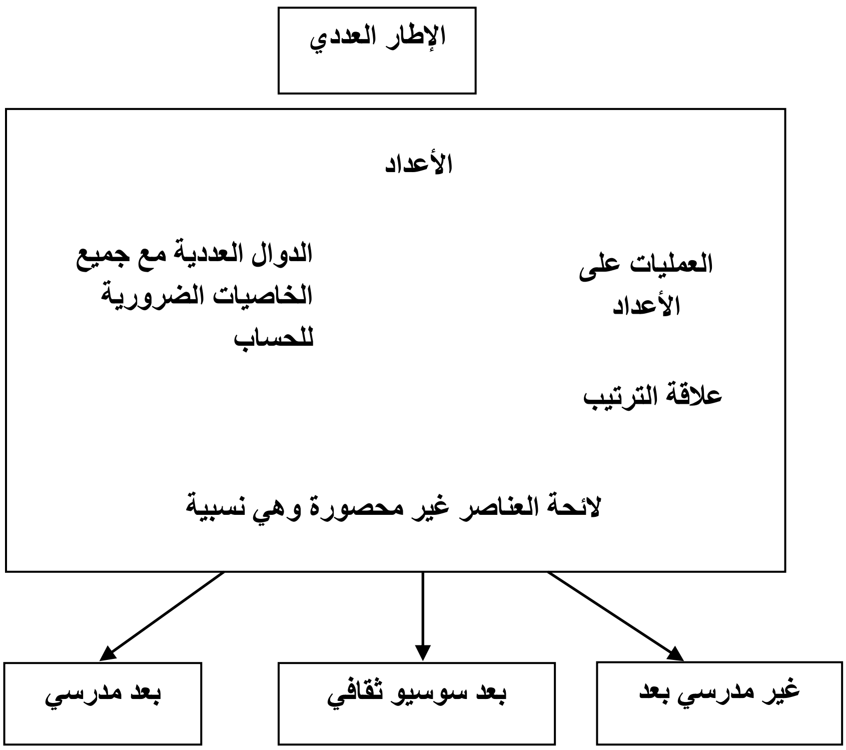
- تأويل المسائل التي يبحثون فيها،
- تغيير آرائهم نحوها (مثلا بالنسبة للمعادلات التفاضلية، هل نتبنى مقاربة تحليلية أو مقاربة جبرية)،
- تغيير في صياغة هذه المسائل،
- نقل هذه المسائل من إطار إلى آخر مع طرح تساؤلات جديدة تنسجم والإطار الجديد،(لم تحصل الجذور المربعة للأعداد السالبة على معنى إلا بعد الانتقال من الإطار العددي إلى الإطار الهندسي: مستوى Argand ومستوى Gauss (المستوى العقدي)

ب- تعريف وخصائص:

- ✓ يتكون إطار ما من مجموعة كائنات رياضية وصيغها المتنوعة والتي تنتمي كلها إلى فرع واحد من فروع الرياضيات وكذلك العلاقات التي تجمع بين هذه الكائنات، ومختلف الصور الذهنية التي ترتبط بهذه الأخيرة وعلاقاتها. هذه الصور تلعب دورا أساسيا في توظيف كائنات إطار ما كأدوات.
- ✓ يمكن لإطارين أن يشتملا على نفس الكائنات لكن يختلفا في الصور الذهنية والإشكاليات التي يولدانها.
- ✓ الإطار دينامي بطبعه ويتطور في الزمن وحسب الفرد لكن لا يمكنه أن يتجاوز سقف المعرفة العالمة.

- ✓ في بعده الرياضي، يتأسس الإطار على كائنات رياضية من نفس الفرع ومن مختلف مستويات التعقيد، وبصياغات وعلاقات متنوعة، والتي تقتضي استعمال تشفيرات رمزية متنوعة.

مثال:



7. العملية التعليمية التعلمية لمادة الرياضيات

أ- المعرفة المدرسية

يتلقى المدرس على العموم وعلى شكل مقررات دراسية لائحة بالكائنات الرياضية التي عليه أن يدرسها للمتعلمين مصحوبة بالتوجيهات التربوية (التعليمات الرسمية). ويكون المسؤول عن تنظيم هذه الكائنات لعرضها وتبليغها إلى التلاميذ، إذن عليه أن يقوم باختيارات وأن يتخذ قرارات في هذا الشأن. هذه الأخيرة تخضع لمختلف التصورات التي يحملها هذا المدرس.

ب- كيف تقدم المعرفة المدرسية؟

<u>السيناريو الأول:</u>

يعرض المدرس، في انسجام مع المحتويات المقررة للتلاميذ في مستوى معين، مجموعة من الكائنات الرياضية، وهذا يجعله أمام اختيارين:

- يتطلب الاختيار الأول من المدرس عرض التعاريف والمبرهنات والخاصيات والبراهين والخوارزميات والأمثلة بمعزل عن أي سياق، وما على التلميذ إلا ان يستوعب الدرس ويطبقه في حل التمارين والمسائل. مما يجعل التلميذ مسؤولا عن إعطاء معنى للكائنات الرياضية المقدمة إليه لتصبح أدوات للاستعمال عند الحاجة.
- الاختيار الثاني: على الأستاذ أن يقدم لتلامذته العدد الكافي من النماذج (les prototypes) وأن يركز على تطوير طرق الاستعمال. سيكون في هذه الحالة مجبرا على إعطاء الأولوية لتدريس الخوارزميات مع تقليص في مجالات الاستعمال.

يكتسب التلاميذ في هذه الحالة معارف-فعل (savoirs- faire) لصيقة بالمجالات المعروضة ويصعب نقلها إلى مجالات أخرى.

السيناريو الثاني:

يعيد الأستاذ هنا تأسيس سياق مشابه لسياق نشأة الكائن الرياضي: يختار أو يكيف أو يبني مسألة تستدعي دراستها استحضار الموضوع الرياضي المستهدف بالتدريس.

1. على التلاميذ أن يقوموا بدراسة الوضعية المسألة المقترحة.
2. الوسائل الرياضية المستعملة ستكون في وضعية الأدوات، بعضها ضمني والآخر صريح أو معلن.

ج- **الاقتراحات**

1) **على مستوى التعليم**:

على التعليم أن يدمج ضمن هيكلته التنظيمية فترات تلعب فيها جماعة القسم دور مجتمع مصغر للباحثين وهم يمارسون نشاطهم.

2) **على مستوى الوضعية**:

هيكلة تنظيمية جديدة للوضعية التعليمية التعلمية مبنية على ثلاثة محاور:

- جذلية أداة – كائن/موضوع
- جذلية قديم – جديد
- لعبة الإطارات(jeu de cadres)

تقتضي هذه العناصر الاعتماد عل مسائل تحمل المواصفات التالية:

3) **على مستوى المسائل**:

- نص المسألة يحمل معنى بالنسبة للتلميذ؛
- قدرة التلميذ على الانخراط في عملية البحث عن حل؛
- عدم تمكن التلميذ من الحل مباشرة بالاعتماد على مكتسباته فقط؛
- ضرورة تمكن التلميذ من أن يقرر هل حله ملائم أم لا من خلال الوضعية؛
- المعرفة التي نريد تعليمها هي الأكثر ملاءمة لحل المسألة،
- يمكن صياغة المسألة ضمن إطارين مختلفين على الأقل.

4) **جذلية أداة – كائن/موضوع (Dialectique outil-objet)**

يقترح الأستاذ على تلامذته وضعية مسألة مختارة بعناية، ونعني بجذلية أداة - كائن / موضوع، المسلسل التالي المكون من ستة مراحل:

✓ <u>المرحلة 1"القديم"</u>: يعبأ التلميذ عدة مفاهيم رياضية كأدوات معلنة لحل المسألة جزئيا على الأقل. يتبنى التلاميذ هذه المسألة وينخرطون في عملية البحث.

✓ <u>المرحلة 2 "البحث عن ضمني جديد"</u>: تدفع صعوبة الحل التلاميذ إلى البحث عن وسائل جديدة ملائمة للحل. يمكن لعملية تغيير الإطار أن تساعد على توظيف أدوات ضمنية،

✓ <u>المرحلة 3</u> : مأسسة جزئية أو محلية: تكون بعض العناصر التي استعملها التلاميذ في المرحلة الأولى قد لعبت دورا حاسما في المرحلة الثانية، سيتبناها التلاميذ ويصوغونها بشكل صوري، إما على شكل كائنات أو عل شكل طريقة. يمكن كذلك أن يتعلق الأمر بقناعات كانت موضوع نقاش وأدت إلى إنتاج صياغات صورية مبررة. يتعلق الأمر هنا "بأدوات جديدة معلنة" يمكن إعادة استعمالها والتعود عليها.

تكون في هذه المرحلة كل أعمال التلاميذ واقتراحاتهم محط نقاش جماعي.

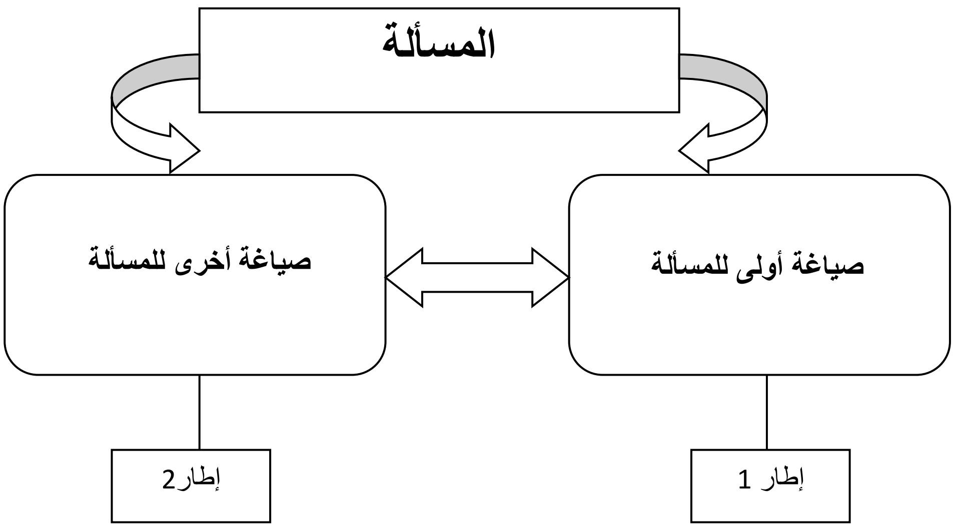
✓ المرحلة 4 : المأسسة- وضع الكائن (statut d’objet)
يعرض الأستاذ المعارف الجديدة. ينظم ويهيكل التعاريف والمبرهنات والبراهين مع التنبيه إلى ما هو أساسي وما هو ثانوي. ويكون من مسؤوليته إسناد وضع الكائن (statut d’objet) للمفاهيم الجديدة التي استعملت كأدوات لحل المسألة.

✓ المرحلة 5: الاستئناس وإعادة الاستثمار

سيكون على التلاميذ في هذه المرحلة حل تمارين متنوعة تستدعي استعمال المعرفة الممأسسة (institutionnalisée)، وبالتالي سيعملون على تنمية وتطوير عاداتهم وخبراتهم. كما سيعملون على دمج معارفهم الاجتماعية ومواجهتها بمعارفهم الخاصة، وعلى تنمية تصوراتهم بشكل يسمح لهم بالتعامل مع حقل أوسع من المسائل.

✓ المرحلة 6 : تعقيد المهام أو مسائل جديدة
يقترح الأستاذ على التلاميذ مسألة أكثر تعقيدا تجعل الكائن موضوع الدرس يلعب دور "القديم الصريح" من أجل الشروع في دورة جديدة لجدلية الأداة- الكائن.

5) **لعبة الإطارات (jeu de cadres)**
يستعمل هذا التعبير عندما تتم عملية تغيير الإطار بإيعاز من الأستاذ من أجل مساعدة التلاميذ على التقدم في مراحل البحث وبلورة جملة من الأسئلة المناسبة بخصوص المسألة المطروحة .
ويمكن التمييز بين مراحل ثلاث تهم هذا الإجراء:
أ- مرحلة النقل والتأويل:
تكون المسألة المقترحة على التلاميذ مصاغة في إطار معين، جبري هندسي، تحليلي، ... وأخذا بعين الاعتبار لمعارفهم ، وتجاربهم وعاداتهم، ستقودهم دراسة المسألة المقترحة إلى ترجمة نص المسألة أو جزء منه في إطار آخر، ثم القيام بتأويل عدد من الأسئلة. سيعملون على إقامة عدد من التقابلات أو الترابطات ما بين الإطارات (بين الكائنات وبين العلاقات)



تغيير الإطار

ب- مرحلة التقابلات الناقصة:

إن التقابلات التي نسجها التلاميذ بين مختلف الإطارات تظل ناقصة في هذه المرحلة وذلك لأسباب إما رياضية محضة، أو لعدم كفاية معارفهم، فتصبح الوضعية المقترحة مولدة لحالة اللاتوازن المعرفي وتسمح بإعادة هيكلة المعارف.

ج- تحسين التقابلات وتقدم المعرفة:

إن إقامة تواصل/حوار مناسب بين الإطارات سيشكل عاملا أساسيا في حصول حالة التوازن، كما أن التفاعل ما بين هذه الإطارات يسمح بتقدم وتنمية المعارف المنتمية لكل منها.

انتهى