Niveau : 2BAC PC2 Pr : AIT ABDALLAH TOUFIK	**Devoir surveillé 1 - S1**	Année scolaire : 2023-2024 Durée : $\sqrt[3]{8}$ h

Exercice 1:

1/ Simplifier : $A = \frac{\sqrt[3]{8}\sqrt{2^3}\sqrt{2}}{\sqrt[3]{8^2}}$

2/ Mettre en ordre les nombres suivants : $\sqrt[12]{4}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{5}$

3/ Calculer les limites suivants : $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt[3]{x+5}-2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+3x}-2x$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[3]{x-1}-2}{x-1}$

4/ Résoudre dans $\mathbb{R}$: (I): $\sqrt[3]{x+1} < 2$; (E): $\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x} = \sqrt[3]{10}$

5/ soit la fonction : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x-1} & ,si\ x \neq 1 \\ f(1) = -2 \end{cases}$ Etudier la continuité de la fonction f en 1

Exercice 2:

Soit la fonction $f(x) = -2x^3 - 4x + 2$

1/ calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2/ Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

3/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[0,1]$

4/ Par dichotomie, Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25

5/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ $(2x-1)f(x) = 0$

6/ Montrer que : $f'(\alpha) = \frac{-6+8\alpha}{\alpha}$

Exercice 3:

Soit f une fonction numérique définie par : $f(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

1/ Déterminer D_f ; et Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2/ Montrer que la fonction f est continue sur D_f

3/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 ;puis Interpréter le résultat géométriquement

4/ a) Montrer que : $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+1)}$ $\forall x \in]1,+\infty[$

b) Dresser le tableau des variations de la fonction f

5/ Déterminer l'équation de la tangente à (C_f) en 5

6/ Vérifier que $f(x) = (\sqrt{x-1}-1)^2$

7/ On considère la fonction g la restriction de f sur l'intervalle $I = [2,+\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur J à déterminer

b) En déduire les variations de la fonction g^{-1}

c) Calculer $g(10)$ puis déduire $g^{-1}(4)$

d) Montrer que g^{-1} est dérivable en 4 ; puis Calculer $(g^{-1})'(4)$

e) Déterminer $g^{-1}(x)$: $\forall x \in J$