Académie d'oriental	Contrôle à domicile 1	Mathématiques	1 BAC – SM1

Exercice 1 : **(Questions indépendantes)**

1) **Soient P, Q et R trois propositions :**
   Montrer que [P et (Q ou R)] $\Leftrightarrow$ [(P et Q)ou(P et R)] est une loi logique.
2) **Montrer que** $\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2 : (\ ab=0 \Leftrightarrow a=0\ ou\ b=0)$.
3) **Montrer que** $\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2 : (\ a\neq 0\ ou\ b\neq 0 \Longrightarrow a^2+b^2\neq 0)$.
4) **Posons :** $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ :\ P_n=\frac{1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1)}{2\times4\times6\times\ldots\times(2n)}$.

   Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ :\ P_n\leq\frac{1}{\sqrt{3n+1}}$.

Exercice 2 : **(Questions indépendantes)**

1) Soient E un ensemble non vide et A et B deux ensembles de E:

a. Montrer que : $A\backslash B = A\cap\overline{B}$

b. Montrer que : $A\backslash(B\cap C)=(A\backslash B)\cup(A\backslash C)$

2) Soient E et F deux ensembles non vides.

a. Montrer que : $\mathcal{P}(E)\cup\mathcal{P}(F)\subset\mathcal{P}(E\cup F)$.

b. Donner un contre-exemple qui montre que la réciproque est fausse.

3) Déterminer les deux ensembles E et F Sachant que:

$E\cap F=\{2;3;4\}$ **et** $E\cup F=\{1;2;3;4;5\}$ **et** $1\notin F\backslash E$ **et** $1\notin E\backslash F$ **.**

4) Soient a et b deux nombres réels tels que a≠b, et on considère les deux ensembles suivants :

$A=\{x\in\mathbb{R}/x^2+2ax+b=0\}$ **et** $B=\{x\in\mathbb{R}/x^2+2bx+a=0\}$

Soit $x\in\mathbb{R}$. **Montrer que:** $x\in A\cap B\Longrightarrow x=\frac{1}{2}$ **.**

5) On considère l'ensemble suivant:

$$E=\{(x;y)\in\mathbb{Z}^*\times\mathbb{Z}^*/\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\}$$

Ecrire en extension l'ensemble E.

Exercice 3 :

Soient f et g deux application tels que :

$$f :]1;+\infty[\longrightarrow]1;+\infty[\qquad x \longrightarrow x^2 - 2x + 2$$

et

$$g :]1;+\infty[\longrightarrow]1;+\infty[\qquad x \longrightarrow cos(x)$$

1) **Calculer $f(1)$ et $g(0)$.**
2) **Déterminer les antécédents de 1 par l'application f.**
3) **Déterminer les antécédents de 1 par l'application g.**
4) **Montrer que f est injective.**
5) **Montrer que f est surjective.**
6) **On considère la proposition (P) tel que :**

   (P) : "$\forall(x_1;x_2) \in \mathbb{R}^2 : (g(x_1) = g(x_2)) \Rightarrow (x_1 = x_2)$."

   a) Déterminer la négation de (P).

   b) Montrer que (P) est fausse.

7) **On considère la proposition (Q) tel que :**

   (Q) : $(\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}) : g(x) = y$.

   Montrer que (Q) est fausse.

Exercice 4 :

Soit f une fonction numérique définie par $f(x) = x + \frac{4}{x}$

01) **Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.**

02) **Calculer $f(2)$.**

03) **Montrer que f est minorée par 4 sur $]0;+\infty[$. Que concluez-vous ?**

04) **Montrer que -4 est la valeur maximale de f sur $]-\infty;0[$.**

Bon Courage