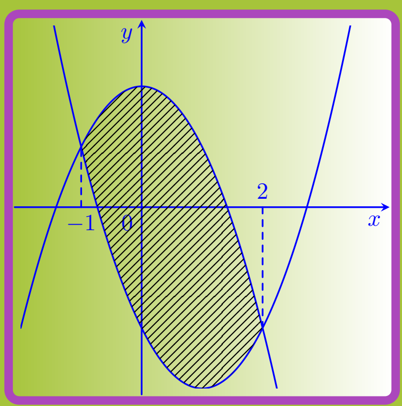
Délégation Hay Hassani-CASABLANCA

MATHÉMATIQUES

BAC PC & SVT 2025-2026

Examens nationaux du 2008 à 2025



Prof : SOUHAIL Mohamed - MTM GROUP

mail : souhailmaths21@gmail.com

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2025

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie de l'espace** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3.5 points**
- Exercice 4 : **Calculs des probabilités** .... **2.5 points**
- Problème : **Étude de fonctions, suites numériques et intégral** .... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z et $|z|$ son module
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.
♠ e est le nombre réel tel que $\ln(e) = 1$.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,0,2)$, $B(2,0,0)$ et la sphère (S) de centre O et de rayon $R=2$

0.25 pt **1 - a)** Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S)

0.5 pt **b)** Vérifier que les points A et B appartiennent à la sphère (S)

2 - Soit I le milieu du segment $[AB]$

0.25 pt **a)** Déterminer l'intersection du plan (OAB) avec la sphère (S)

0.5 pt **b)** Vérifier que $\overrightarrow{OI}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ puis montrer que $d(O,(AB))=\sqrt{2}$

3 - On considère un point $M(0,m,0)$ de l'espace, où $m\in\mathbb{R}$

0.5 pt **a)** Vérifier que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AM}=2m\vec{i}+4\vec{j}+2m\vec{k}$

0.25 pt **b)** Déduire que $mx+2y+mz-2m=0$ est une équation cartésienne du plan (ABM)

0.25 pt **c)** Montrer que $d(O,(ABM))=\dfrac{2|m|}{\sqrt{4+2m^2}}$

0.5 pt **4 -** Le plan (ABM) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ_m) de rayon r Montrer que $r=\sqrt{2+\dfrac{4}{2+m^2}}$ et déduire que $\sqrt{2}<r\leq 2$ pour tout $m\in\mathbb{R}$

Exercice 2 : (3.5 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A,B,C,D et Ω d'affixes respectives $a=1+2i$, $b=\bar{a}$, $c=\dfrac{3(3+i)}{2}$, $d=\dfrac{3(1+i)}{2}$ et $\omega=\dfrac{5}{2}$

0.5 pt **1 - a)** Vérifier que $a+b=2$ et déduire que l'affixe du point P, milieu du segment $[AB]$ est $p=1$

0.5 pt **b)** Montrer que a et b sont les solutions de l'équation : $z^2-2z+5=0$ dans l'ensemble $\mathbb{C}$

0.5 pt **2 - a)** Vérifier que $|\omega-a|=|\omega-b|=|\omega-c|$

0.25 pt **b)** Déduire que Ω est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

0.25 pt **3 - a)** Vérifier que $\dfrac{d-c}{a-b}=\dfrac{3}{4}i$

0.5 pt **b)** Montrer que $d-b=(c-a)e^{i\frac{\pi}{2}}$ puis déduire que les droites (DB) et (AC) sont perpendiculaires

4 - Soit h l'homothétie de centre C et de rapport $\dfrac{2}{3}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'. On pose $h(P)=G$

0.25 pt **a)** Vérifier que $z'=\dfrac{2}{3}z+\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

0.25 pt **b)** Montrer que l'affixe du point G est $g=\dfrac{13}{6}+\dfrac{1}{2}i$

0.5 pt **5 -** Montrer que les points Ω,G et D sont alignés

Exercice 3 : (2.5 pts)

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : Quatre boules blanches numérotées : 0 ; 1 ; 1 ; 1 et deux boules noires numérotées : 0 ; 1

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les évènements suivants :

A "Les deux boules tirées portent le numéro 1"

B "Les deux boules tirées sont de même couleur"

0.5 pt **1 - a)** Montrer que $p(A) = \dfrac{2}{5}$

0.5 pt **b)** Montrer que $p(B) = \dfrac{7}{15}$

0.5 pt **c)** Les évènements A et B sont-ils indépendants ? justifier

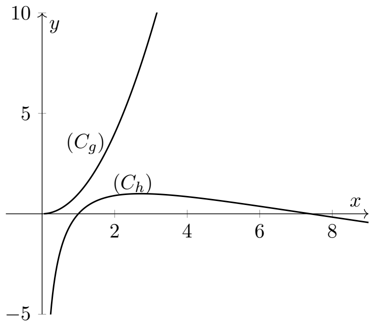
2 - On répète l'expérience précédente trois fois successives. On considère la variable aléatoire X indiquant le nombre de fois que l'on réalise l'événement A

0.75 pt **a)** Recopier et compléter le tableau ci-dessous, représentant la loi de probabilités de X

$X = x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\dfrac{27}{125}$			

0.25 pt **b)** Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X

Problème : (11 pts)



Partie 1 : Le graphique ci-contre représente les courbes (C_g) et (C_h) des fonctions : $g : x \mapsto x^2$ et $h : x \mapsto 2\ln x - (\ln x)^2$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ dans un même repère orthonormé.

0.25 pt **1 - a)** Justifier graphiquement que pour tout x de $]0, +\infty[$: $g(x) - h(x) > 0$

0.5 pt **b)** Déduire que pour tout x de $]0, +\infty[$: $\dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2} < 1$

0.5 pt **2 - a)** Vérifier que la fonction $H : x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$, puis déduire que $\displaystyle\int_1^{e^2} \ln(x)dx = 1 + e^2$

0.5 pt **b)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\displaystyle\int_1^{e^2} (\ln x)^2 dx = 2e^2 - 2$

0.5 pt **c)** Résoudre sur l'intervalle $]0, +\infty[$, l'équation $h(x) = 0$ et déduire les deux points d'intersection de la courbe (C_h) avec l'axe des abscisses

0.5 pt **d)** Déduire, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_h), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e^2$

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - \dfrac{(\ln x)^2}{x}$. Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.5 pt **1 - a)** Vérifier que $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

0.5 pt **b)** Montrer que $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (On peut poser $t = \sqrt{x}$), puis calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

0.5 pt **c)** Déduire que la droite d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de (C_f) au voisinage de $+\infty$

0.75 pt **2 - a)** Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = 1 - \frac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$

0.5 pt **b)** Montrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0, +\infty[$ (On peut utiliser la question Partie I-1-b)

0.5 pt **3 - a)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0, +\infty[$

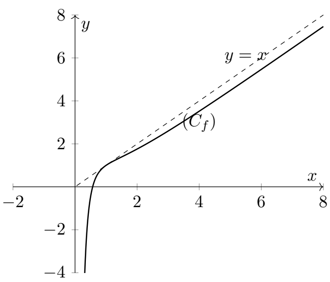
0.75 pt **b)** Vérifier que $e^{-1} < \alpha < 1$ et montrer que $\ln \alpha = -\alpha$

0.25 pt **c)** Montrer que $f(x) \leq x$, pour tout $x \in]0, +\infty[$

0.5 pt **d)** Montrer que $y = x$ est l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

4 - Le graphique ci-contre représente la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit φ la restriction de f sur l'intervalle $]0, 1]$



0.5 pt **a)** Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (Il n'est pas demandé de déterminer l'expression $\varphi^{-1}(x)$)

0.5 pt **b)** Montrer que φ^{-1} est dérivable en 0 et que $(\varphi^{-1})'(0) = \frac{\alpha}{2 + 2\alpha}$

0.75 pt **c)** Recopier la courbe de φ et construire la courbe de φ^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Partie III : Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = e$ et $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $1 < u_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **2 - a)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (On peut utiliser la question Partie II-3-c)

0.25 pt **b)** En déduire que la suite (u_n) est convergente

0.5 pt **c)** Déterminer la limite de la suite (u_n)

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2025

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

- Exercice 1 : **Suite numériques** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **"3.5 points**
- Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **2.5 points**
- Problème : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que $u_{n+1} = 3 - \dfrac{4}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **b)** Montrer par récurrence que $0 < u_n < 2$, pour tout entier naturel n

0,25 pt **2 - a)** Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1 + u_n)(2 - u_n)}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est croissante et en déduire que (u_n) est convergente

0,5 pt **c)** Montrer que $0 < 2 - u_{n+1} \leq \dfrac{2}{7}(2 - u_n)$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **d)** Déduire que $0 < 2 - u_n \leq \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{7}\right)^n$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **e)** Déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 3, 3)$, $B(1, 2, 1)$, $C(2, 3, 1)$ et le vecteur $\vec{n}(1, -1, 1)$. Soit (P) le plan d'équation $x - y + z - 6 = 0$

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{n}$ et déduire que les points A, B et C sont non alignés

0,25 pt **b)** Montrer que les plans (ABC) et (P) sont parallèles

2 - Soit (S) la sphère telle que : le plan (ABC) est tangent à (S) en A et le plan (P) est tangent à (S) en un point H

0,5 pt **a)** Calculer la distance du point A au plan (P) et déduire que le rayon de la sphère (S) est $\sqrt{3}$

0,25 pt **b)** Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par A et orthogonale au plan (P)

0,5 pt **c)** Montrer que les coordonnées du point H sont $(2, 1, 5)$

0,5 pt **d)** Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 8z + 18 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S)

0,5 pt **3 -** Déterminer les deux points d'intersection de la droite (BH) et la sphère (S)

Exercice 3 : (3.5 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $a = \dfrac{-\sqrt{3} + i}{2}$, $b = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$, $c = 1 + a$ et $d = \overline{c}$

0,5 pt **1 -** Vérifier que $|a| = 1$ et que $\arg(a) = \dfrac{5\pi}{6} [2\pi]$

0,75 pt **2 -** Vérifier que $\dfrac{c - d}{c - a} = i$ et déduire que le triangle ACD est isocèle rectangle en C

0,5 pt **3 - a)** Montrer que $d - a = 1 - i$ et que $b - d = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$

0,25 pt **b)** Déduire que les points A, D et B sont alignés

4 - Soit R la transformation du plan qui transforme chaque point M d'affixe z en M' d'affixe z' tel que $z' = az$

0,5 pt **a)** Vérifier que R est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle

0,5 pt **b)** Vérifier que $ad = c$ et déduire que $R(D) = C$

0,5 pt **c)** Montrer que $\arg(c) = \frac{5\pi}{12}[2\pi]$

Exercice 4 : (2.5 pts)

Un sac contient 4 boules blanches et 3 boules noires. (Les boules sont indiscernables au toucher)

Un jeu consiste à tirer successivement et sans remise deux boules du sac.

Les règles du jeu sont comme suit :

— Si les deux boules tirées sont blanches, on note : +5.

— Si les deux boules tirées sont noires, on note : -5.

— Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, on note : 0.

On considère les évènements : G "noter +5" ; Z "noter 0"

N_1 "La première boule tirée est noire" ; B_2 " la deuxième boule tirée est blanche"

0,5 pt **1 - a)** Calculer $p(G)$, la probabilité de l'évènement G

0,5 pt **b)** Montrer que la probabilité de l'évènement Z est $p(Z) = \frac{4}{7}$

0,5 pt **2 - a)** Calculer la probabilité $p(N_1 \cap B_2)$

0,5 pt **b)** Montrer que $p(B_2) = \frac{4}{7}$

0,5 pt **c)** Déduire la probabilité de "noter 0" sachant que la deuxième boule tirée est blanche

Problème : (8 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x-1+\frac{4}{e^x+2}$ Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,5 pt **1 -** Calculer $f(0)$ et $f(\ln 2)$

0,5 pt **2 - a)** Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

0,5 pt **b)** Vérifier que $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$ puis interpréter géométriquement ce résultat

0,25 pt **3 - a)** Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x+2}$

0,5 pt **b)** Calculer $\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{e^x+2}$ puis déduire que la droite d'équation $y = x+1$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$

0,5 pt **c)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-1 < f(x) - x < 1$

0,5 pt **4 - a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{e^{2x}+4}{(e^x+2)^2}$

0,25 pt **b)** Déduire que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

0,5 pt **5 - a)** Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Soit α l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$ Vérifier que $-1 < \alpha < 0$ et montrer que $e^{\alpha} = \dfrac{2(1+\alpha)}{1-\alpha}$

0,5 pt **6 - a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} : f''(x) = \dfrac{4e^x(e^x-2)}{(e^x+2)^3}$

0,25 pt **b)** Étudier le signe de $e^x - 2$ sur $\mathbb{R}$

0,5 pt **c)** Déduire que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion que l'on déterminera

0,5 pt **d)** Montrer que $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{\ln 2}{2}$ est l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $\ln 2$

0,75 pt **7 -** Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0,5 pt **8 - a)** Montrer que $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x+2}dx = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

0,5 pt **b)** Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), la droite d'équation $y = x - 1$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2024

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Géométrie de l'espace** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **4 points**
— Exercice 4 : **Calculs des probabilités** .... **2 points**
— Problème : **Étude de fonctions et intégral** .... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 2}{1 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que $u_{n+1} = 4 - \dfrac{6}{1 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **b)** Montrer par récurrence que $2 \leq u_n \leq 4$, pour tout entier naturel n

0,25 pt **2 - a)** Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 1)(2 - u_n)}{1 + u_n}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire que (u_n) est convergente

3 - Soit (v_n) la suite numérique définie par $v_n = \dfrac{2 - u_n}{1 - u_n}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$

0,5 pt **b)** Montrer que $u_n = 1 + \dfrac{1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$, pour tout entier naturel n

0,5 pt **c)** Calculer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les deux points $A(-1, 0, -1)$ et $B(1, 2, -1)$, le plan (P) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}(2, -2, 1)$ et la sphère (S) de centre $\Omega(2, -1, 0)$ et de rayon 5

0,25 pt **1 -** Montrer que $2x - 2y + z + 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P)

0,25 pt **2 -** Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S)

0,5 pt **3 - a)** Vérifier que la distance du point Ω au plan (P) est $d(\Omega, (P)) = 3$

0,5 pt **b)** En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (T) de rayon à déterminer.

0,5 pt **4 - a)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire au plan (P)

0,5 pt **b)** Montrer que le point $H(0, 1, -1)$ est le centre du cercle (T)

0,5 pt **c)** Montrer que la droite (Δ) est une médiatrice du segment $[AB]$

Exercice 3 : (3 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $a = \sqrt{3}(1 - i)$ et $b = 2 + \sqrt{3} + i$

0,5 pt **1 -** Vérifier que $|a| = \sqrt{6}$ et que $\arg(a) \equiv \dfrac{-\pi}{4}[2\pi]$

0,75 pt **2 - a)** Montrer que $\dfrac{b}{a} = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{6} + \left(\dfrac{1 + \sqrt{3}}{2}\right) i$ puis vérifier que $\dfrac{b}{a} = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3} e^{\frac{i\pi}{3}}$

0,75 pt **b)** En déduire une forme trigonométrique du complexe b puis vérifier que b^{24} est un nombre réel

3 - Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$, qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'. On pose $R(B) = B'$, $R(A) = A'$ et $R(A') = A''$

0,5 pt **a)** Vérifier que $z' = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+i)z$ et que $\arg(a') \equiv \frac{-\pi}{12}[2\pi]$ où a' est l'affixe du point A'

0,5 pt **b)** Montrer que l'affixe du point A'' est $a'' = \sqrt{6}e^{\frac{i\pi}{12}}$ et en déduire que les points O, A'' et B sont alignés

0,5 pt **c)** Montrer que b', l'affixe du point B', vérifie $b' = \left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)\bar{a}$

0,5 pt **d)** En déduire que le triangle OAB' est rectangle en O

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient sept boules : quatre boules portant le numéro 1, deux boules portant le numéro 2 et une boule portant le numéro 3. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.
On tire simultanément au hasard deux boules de cette urne.

0,5 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \frac{1}{3}$, où A est l'évènement "les deux boules tirées portent le même numéro".

0,5 pt **2 -** Montrer que $p(B) = \frac{5}{21}$, où B est l'évènement "La somme des numéros des boules tirées est 4".

0,5 pt **3 -** Calculer $p(A \cap B)$

0,5 pt **4 -** Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier.

Problème : (11 pts)

Partie I : On considère les deux fonctions u et v définies sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = e^x$ et $v(x) = x$

0,5 pt **1 -** Tracer dans un même repère orthonormé les courbes (C_u) et (C_v) des fonctions u et v

0,25 pt **2 -** Justifier graphiquement que $e^x - x > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 pt **3 -** Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_u), la courbe (C_v) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$

Partie II : On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x + 1 - \ln(e^x - x)$.

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que f est définie sur $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \ln(1 - xe^{-x})$

0,5 pt **c)** En déduire que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$, puis interpréter géométriquement ce résultat

0,25 pt **2 - a)** Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

0,5 pt **b)** Vérifier que pour tout $x < 0$, $f(x) = x + 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 - \frac{1}{xe^{-x}}\right)$

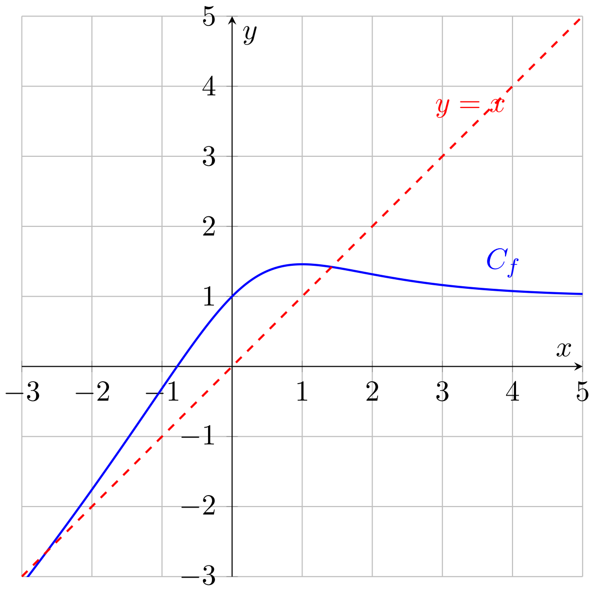
0,75 pt **c)** Calculer $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis déduire que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = x$ au voisinage de $-\infty$

0,5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{1-x}{e^x - x}$

0,5 pt **b)** Étudier le signe de la fonction dérivée de f, puis déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

0,75 pt **c)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-1, 0[$

4 - La courbe C_f ci-contre est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.



0,5 pt **a)** Justifier graphiquement que l'équation $f(x) = x$ admet deux solutions α et β

0,5 pt **b)** Montrer que : $e^{\alpha} - e^{\beta} = \alpha - \beta$

5 - Soit g la restriction de la fonction f sur l'intervalle $I =]-\infty, 1]$

0,5 pt **a)** Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (Il n'est pas demandé de déterminer $g^{-1}(x)$)

0,75 pt **b)** Vérifier que g^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(g^{-1})'(1)$

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2024

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

— Exercice 1 : **Suite numériques** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **4 points**
— Exercice 3 : **Limites, dérivabilité et calcule d'intégral** .... **2 points**
— Problème : **Étude d'une fonction numérique** .... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les deux points $A(1,1,0)$ et $\Omega(-1,1,-2)$ et le plan (P) d'équation $x+z-1=0$

0,5 pt **1 - a)** Vérifier que A est un point du plan (P) et donner un vecteur normal de (P)

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (ΩA) est perpendiculaire au plan (P)

2 - Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$

0,5 pt **a)** Montrer que (S) est une sphère de centre Ω et déterminer son rayon

0,5 pt **b)** Montrer que (P) coupe (S) suivant un cercle de centre A puis déterminer son rayon

3 - Soit (Q_m) un plan d'équation $x+y+mz-2=0$, où m est un nombre réel

0,25 pt **a)** Vérifier que A est un point du plan (Q_m), pour tout m de $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Déterminer la valeur du réel m pour que (Q_m) soit perpendiculaire au plan (P)

0,25 pt **c)** Existe-t-il un plan (Q_m) qui coupe la sphère (S) suivant un cercle de centre A ? Justifier

Exercice 2 : (4 pts)

I) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2-4z+9=0$

0,25 pt **1 -** Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta=(2i\sqrt{5})^2$

0,5 pt **2 -** Résoudre l'équation (E)

II) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a=2+i\sqrt{5}, b=2-i\sqrt{5}$ et $c=2-\sqrt{5}$

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que $|a|=3$

0,25 pt **b)** Montrer que le triangle OAB est isocèle

0,5 pt **2 - a)** Vérifier que $\dfrac{a-c}{b-c}=i$

0,5 pt **b)** Déduire la nature du triangle ABC

0,5 pt **3 - a)** Déterminer l'affixe du point D image de B par la translation de vecteur $\vec{CA}$

0,5 pt **b)** Montrer que $ADBC$ est un carré

4 - On pose $x_n=\left(\dfrac{a}{3}\right)^n$ et $y_n=\dfrac{1}{1-x_n}$, avec n un entier naturel non nul

0,25 pt **a)** Vérifier que $x_n\overline{x_n}=1$

0,5 pt **b)** Montrer que $y_n+\overline{y_n}=1$ puis déduire la partie réelle de y_n

Exercice 3 : (2 pts)

Une urne contient huit boules : quatre boules blanches, trois boules noires et une boule verte. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne.

0,25 pt **1 -** Vérifier que le nombre de tirages possibles est égal à 336.

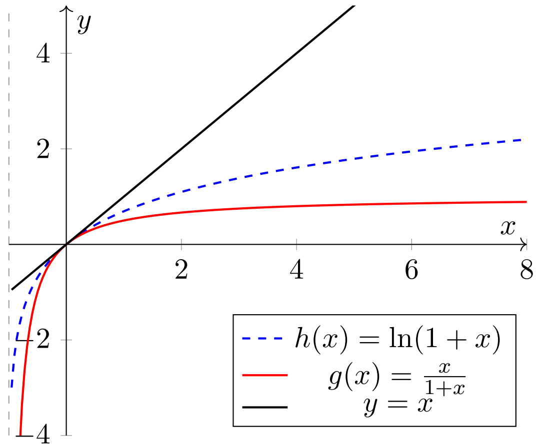
0,5 pt **2 -** Calculer la probabilité de l'évènement A : " Tirer trois boules blanches"

0,75 pt **3 -** Montrer que la probabilité de l'évènement B : " Tirer trois boules de même couleur" est $p(B) = \dfrac{5}{56}$

0,5 pt **4 -** Calculer la probabilité de l'évènement C :" Obtenir au moins deux couleurs différentes"

Problème : (11 pts)

La figure ci-contre représente les courbes C_g et C_h des fonctions $g : x \mapsto \dfrac{x}{1+x}$ et $h : x \mapsto \ln(1+x)$ sur l'intervalle $]-1, +\infty[$ et la droite d'équation $y = x$, dans un même repère orthonormé.



0,5 pt **1 - a)** A partir de cette figure, justifier que : $\dfrac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$, pour tout x de $]-1, +\infty[$

0,25 pt **b)** En déduire que $(1+x)\ln(1+x) - x \geq 0$, pour tout x de $]-1, +\infty[$

0,5 pt **c)** Prouver que $e^x - (1+e^x)\ln(1+e^x) \leq 0$, pour tout x de $\mathbb{R}$

2 - Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = 1$ et la relation $u_{n+1} = g(u_n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

0,5 pt **a)** Montrer par récurrence que $0 < u_n \leq 1$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (On peut utiliser la question 1) a))

0,25 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente

0,75 pt **d)** Déterminer la limite de (u_n)

Partie II :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$. Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,5 pt **1 - a)** Calculer $f(0)$ et vérifier que $f(x) > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

0,5 pt **c)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

0,5 pt **2 - a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{1}{1+e^x} - e^{-x}\ln(1+e^x)$

0,5 pt **b)** Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{e^x - (1+e^x)\ln(1+e^x)}{e^x(1+e^x)}$

0,5 pt **c)** Déduire que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ (On peut utiliser la question 1-c) de la partie I).

0,5 pt **3 - a)** Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0

0,25 pt **b)** Vérifier que la tangente T passe par le point $A\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$

0,75 pt **c)** Construire T et la courbe C_f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (On prend $\ln 2 \approx 0,7$)

0,5 pt **4 - a)** Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (Il n'est pas demandé de déterminer $f^{-1}(x)$)

0,5 pt **b)** Vérifier que f^{-1} est dérivable en $\ln 2$ et calculer $(f^{-1})'(\ln 2)$

5 - Soit λ un réel strictement positif

0,25 pt **a)** Vérifier que $\dfrac{1}{1+e^x} = \dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$, pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Montrer que $\displaystyle\int_0^\lambda \frac{1}{1+e^x}dx = \ln(2) - \ln(1+e^{-\lambda})$

0,5 pt **c)** Montrer que $\displaystyle\int_0^\lambda f(x)dx = \ln(2) - f(\lambda) + \int_0^\lambda \frac{1}{1+e^x}dx$ (Remarquer que $f(x) = \dfrac{1}{1+e^x} - f'(x)$)

0,5 pt **d)** Déduire en fonction de λ, l'aire A_λ de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$

0,5 pt **e)** Calculer $\displaystyle\lim_{\lambda \to +\infty} A_\lambda$

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2023

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie de l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calculs des probabilités** .... **3 points**
— Problème : **Étude de fonctions, intégral et suites numériques** .... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$.

0,25 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$

0,5 pt **b)** En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d(B,(AC))$

2 - Soit D le milieu du segment $[AC]$.

0,25 pt **a)** Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$

0,5 pt **b)** En déduire que $d(\Omega,(ABC)) = 3$.

3 - Soit (S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$.

0,5 pt **a)** Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S).

0,5 pt **b)** Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

4 - Soient (Q_1) et (Q_2) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe (S)
0,5 pt suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$.

Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans (Q_1) et (Q_2)

Exercice 2 : (3 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a = \sqrt{2} + i\sqrt{2}, b = 1 + \sqrt{2} + i, c = \bar{b}$ et $d = 2i$.

1 - Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.

0,25 pt **2 - a)** Vérifier que $b - d = c$.

0,25 pt **b)** Montrer que $(\sqrt{2}+1)(b-a) = b - d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés.

0,5 pt **3 - a)** Vérifier que $ac = 2b$.

0,25 pt **b)** En déduire que $2\arg(b) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.

4 - Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du plan
0,5 pt d'affixe z en un point M' d'affixe z'.

0,25 pt **a)** Montrer que $z' = \frac{1}{2}az$

0,5 pt **b)** En déduire que $R(C) = B$ et que $R(A) = D$

0,5 pt **c)** Montrer que $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne U_1 contient six boules portant les nombres : $0;0;1;1;1;2$ ct une urne U_2 contient cinq boules portant les nombres : $1;1;1;2;2$.

On suppose que les boules des deux urnes sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

" On tire une boule de l'urne U_1 et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met dans l'urne U_2, ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle porte ".

On considère les événements suivants :

A : "la boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1 "

B : "le produit ab est égal à 2"

0,5 pt **1 - a)** Calculer $p(A)$; la probabilité de l'événement A.

0,5 pt **b)** Montrer que $p(B) = \dfrac{1}{4}$ (On peut utiliser l'arbre des possibilités).

0,75 pt **2 -** Calculer $p(A/B)$; probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

3 - Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le produit ab

0,25 pt **a)** Montrer que $p(X = 0) = \dfrac{1}{3}$.

0,5 pt **b)** Donner la loi de probabilité de X (Remarquer que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 4).

c) On considère les événements : M : " le produit ab est pair non nul" et N :"le produit ab est égal à 1 ".

0,5 pt Montrer que les événements M et N sont équiprobables.

Problème : (11 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$. par $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x} + (1 - \ln x)^2$ Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que pour tout $x \in]0, +\infty\Big[: f(x) = \dfrac{3x - 2 - 2x\ln x + x(\ln x)^2}{x}$

0,5 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^2 = 0$ et que $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (On peut poser : $t = \sqrt{x}$)

0,5 pt **c)** Déduire que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.

0,75 pt **d)** Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, puis montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.

0,5 pt **2 -** Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[: f'(x) = \dfrac{2(1 - x + x\ln x)}{x^2}$.

3 - En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0, +\infty[$:

x	0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f'(\beta)$	$\searrow$	0

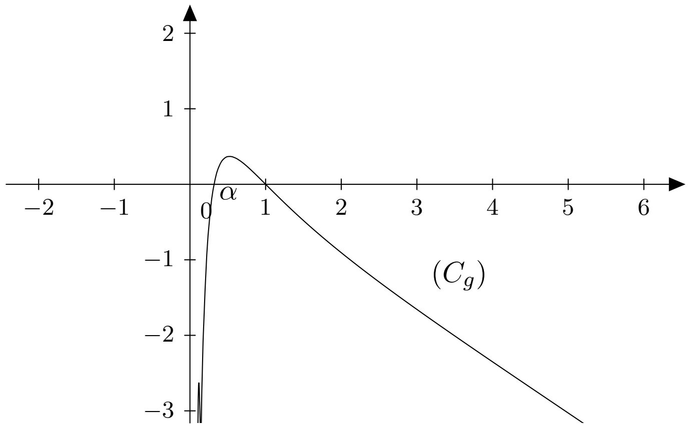
(On donne $\beta \simeq 4,9$)

0,5 pt **a)** Prouver que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f.

0,5 pt **b)** Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0, +\infty[$.

1 pt **c)** Déduire la concavité de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion.

4 - La courbe $(\mathcal{C}_g)$ ci-contre est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$ et qui s'annule en α et 1 $(\alpha \simeq 0,3)$ Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.



0,5 pt **a)** A partir de la courbe $(\mathcal{C}_g)$, déterminer le signe de la fonction g sur $]0, +\infty[$

0,5 pt **b)** Déduire que la droite (Δ) est en dessous de $(\mathcal{C}_f)$ sur l'intervalle $[\alpha, 1]$ et au-dessus de $(\mathcal{C}_f)$ sur les intervalles $]0, \alpha]$ et $[1, +\infty[$

1,5 pt **5 -** Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(On prend : $\alpha \simeq 0.3, \beta \simeq 4.9$ et $f(\beta) \simeq 1.9$)

0,5 pt **6 - a)** Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha, 1]$

1 pt **b)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\displaystyle\int_\alpha^1 (1 - \ln x)^2 dx = 5(1 - \alpha) + \alpha(4 - \ln\alpha)\ln\alpha$

0,75 pt **c)** Déduire en fonction de α l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$

7 - Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]\alpha, 1[$ et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

0,5 pt **a)** Montrer par récurrence que $\alpha < u_n < 1$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est croissante. (on peut utiliser la question 4) b)

0,75 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2023

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

- Exercice 1 : **Suite numériques** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Calcule des probabilités** .... **3 points**
- Problème : **Étude d'une fonction numérique et Calcule intégrale** ... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{2u_n + 5}$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 -** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > -1$

0,5 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) est décroissante, puis déduire que (u_n) est convergente.

3 - On pose $v_n = \dfrac{3}{1 + u_n}$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2 puis déterminer son premier terme.

0,5 pt **b)** Exprimer u_n en fonction de n, pour tout n de $\mathbb{N}$ et déduire la limite de (u_n)

4 - On pose $w_n = e^{3-v_n}$ et $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **a)** Montrer que (w_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.

0,5 pt **b)** Calculer la limite de la somme S_n.

Exercice 2 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(2, 1, 2)$; $B(-2, 0, 5)$; $C(4, -5, 7)$ et $\Omega(1, -1, 0)$. On pose $\vec{u} = \overline{\Omega A}$. Soit (S) la sphère de centre Ω et de rayon $R = 3$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 13\vec{u}$ et déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

0,25 pt **b)** Vérifier que $x + 2y + 2z - 8 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,5 pt **c)** Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A

2 - Soient (P) le plan d'équation cartésienne $3x + 4y + z + 1 = 0$ et (Δ) la droite passant par le point A et orthogonale au plan (P)

0,5 pt **a)** Montrer que la droite (Δ) coupe le plan (P) au point $H\left(\dfrac{1}{2}, -1, \dfrac{3}{2}\right)$

0,5 pt **b)** Déterminer les coordonnées du point D tel que le point H soit milieu du segment $[AD]$

3 - Soit (Q) le plan passant par le point D et de vecteur normal $\overrightarrow{\Omega D}$

0,25 pt **a)** Montrer que le plan (Q) est tangent à la sphère (S) en D

0,5 pt **b)** Montrer que les plans (Q) et (ABC) se coupent suivant la droite (BC)

Exercice 3 : (3 pts)

1 - On considère le nombre complexe $a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{2}i$

0,25 pt **a)** Montrer que $a = \sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

0,25 pt **b)** Déduire que a^{2022} est un nombre réel.

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives a et $\bar{a}$

0,5 pt Déterminer une mesure de l'angle de la rotation $\mathbb{R}$ de centre O et qui transforme B en A

3 - On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\alpha) : z^2 - \sqrt{3}z + \alpha = 0$ où α est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation (E_α) admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\bar{z}$ Soient les points $M(z); N(\bar{z})$ et $P(\sqrt{3})$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation (E_α) :

0,5 pt **a)** Justifier que $\alpha > \dfrac{3}{4}$ et que $\alpha = z\bar{z}$

0,5 pt **b)** Montrer que $|z| = |z - \sqrt{3}|$

0,5 pt **c)** En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice (Δ) du segment $[OP]$

0,5 pt **d)** Déterminer la valeur de α pour laquelle $|z - \sqrt{3}| = \sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient quatre boules blanches et deux boules noires, indiscernables au toucher.

1 - On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

0,5 pt **a)** Calculer la probabilité de l'événement A : " tirer au moins une boule noire".

0,5 pt **b)** Soit l'événement B : "Obtenir deux boules de même couleur". Montrer que $p(B) = \dfrac{7}{15}$

0,5 pt **c)** On répète cette expérience cinq fois en remettant dans l'urne les boules tirées, après chaque tirage.

Quelle est la probabilité pour que l'événement B soit réalisé exactement trois fois.

2 - Dans cette question, on tire des boules de l'urne, une après l'autre et sans remise et on arrête le tirage lorsqu'on obtient une boule blanche pour la première fois. Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de tirages effectués dans cette expérience.

0,25 pt **a)** Justifier que les valeurs prises par X sont : $1; 2$ et 3

0,25 pt **b)** Montrer que $p(X = 2) = \dfrac{4}{15}$

0,5 pt **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

0,5 pt **d)** Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule noire ?

Problème : (8 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 e^{x(2-x)}; x \leq 2 \\ f(x) = 1 + (x-2)^2 \ln(x-2); \quad x > 2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm)

0,5 pt **1 -** Montrer que la fonction f est continue au point 2.

0,25 pt **2 - a)** Vérifier que pour tout $x < 2$ et $x \neq 0$, $\dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = xe^{x(2-x)} - x\dfrac{e^{x(2-x)} - 1}{x(2-x)}$

0,5 pt **b)** Montrer que f est dérivable à gauche en 2 .

0,75 pt **c)** Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2) = 0$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0,25 pt **3 - a)** Vérifier que pour tout $x \leq 2, f(x) = x(x-2)e^{x(2-x)} + e^{x(2-x)}$

0,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

0,75 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0,5 pt **4 - a)** Montrer que pour tout $x < 2, f'(x) = 2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0,5 pt **b)** Montrer que pour tout $x > 2, f'(x) = (x-2)(1 + 2\ln(x-2))$

0,5 pt **c)** Résoudre dans l'intervalle $]2, +\infty[$, l'inéquation $1 + 2\ln(x-2) \leq 0$

0,75 pt **d)** Étudier le signe de $f'(X)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

1 pt **5 -** Construire la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (On donne : $f(3) = 1; 2 + \dfrac{1}{\sqrt{e}} \approx 2.6$ et $f\left(2 + \dfrac{1}{\sqrt{e}}\right) \approx 0.8$)

6 - Soit $\lambda \in]2, 3[$

0,5 pt **a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$$\int_{\lambda}^{3} (x-2)^2 \ln(x-2)dx = -\frac{1}{9} + \frac{1}{3}(\lambda-2)^3 \left(\frac{1}{3} - \ln(\lambda-2)\right)$$

0,5 pt **b)** Déduire en fonction de λ l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations : $y = 1, x = \lambda$ et $x = 3$

0,25 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{\lambda \to 2^+} A(\lambda)$

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2022

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie de l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calculs des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Équations différentielle et calcul intégral** .... **2,5 points**
— Problème : **Etude de fonctions numérique et suites numériques** ... **8,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$, on considère les points $A(0,1,1)$, $B(1,2,0)$ et $C(-1,1,2)$

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{k}$

0,25 pt **b)** En déduire que $x + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

2 - Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1,1,2)$ et de rayon $R = \sqrt{2}$.

0,5 pt Déterminer une équation de la sphère (S).

0,5 pt **3 -** Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A.

4 - On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)

0,25 pt **a)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées.

0,5 pt **c)** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\left(\vec{i} + \vec{k}\right)$, puis en déduire la distance $d(A, (\Delta))$

Exercice 2 : (3 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = -1 - i\sqrt{3}$, le point B d'affixe $b = -1 + i\sqrt{3}$ et la translation t de vecteur $\overrightarrow{OA}$

0,5 pt **1 -** Prouver que l'affixe du point D image du point B par la translation t est $d = -2$

2 - On considère la rotation R de centre D et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$.

0,5 pt Montrer que l'affixe du point C image du point B par la rotation R est $c = -4$

0,5 pt **3 - a)** Écrire le nombre $\dfrac{b-c}{a-c}$ sous forme trigonométrique

0,5 pt **b)** En déduire que $\left(\dfrac{b-c}{a-c}\right)^2 = \dfrac{c-d}{b-d}$

4 - Soient (Γ) le cercle de centre D et de rayon 2, (Γ') le cercle de centre O et de rayon 4 et M un point d'affixe z appartient aux deux cercles (Γ) et (Γ')

0,25 pt **a)** Vérifier que $|z + 2| = 2$

0,5 pt **b)** Prouver que $z + \bar{z} = -8$ (remarquer que $|z| = 4$)

0,25 pt **c)** En déduire que les cercles (Γ) et (Γ') se coupent en un point unique qu'on déterminera

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher. On tire au hasared simultanément trois boules de l'urne.

0,75 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{6}$; où A est l'évènement **"N'obtenir aucune boule rouge"**

0,75 pt **2 -** Calculer $p(B)$; où B est l'évènement **"Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes"**

0,75 pt **3 -** Montrer que $p(C) = \dfrac{1}{2}$; où C est l'évènement **"Obtenir exactement une boule rouge"**

0,75 pt **4 -** Calculer (D) ; où D est l'évènement **"Obtenir au moins deux boules rouges"**

Exercice 4 : (2,5 pts)

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (x+1)\,e^{x}$

0,75 pt **1 - a)** Vérifier que $x \mapsto xe^{x}$ est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$; puis calculer $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} h(x)\,dx$

0,75 pt **b)** A l'aide d'une intégration par partie calculer $J = \displaystyle\int_{-1}^{0} (x+1)^2\,e^{x}\,dx$

0,5 pt **2 - a)** Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 0$

0,5 pt **b)** Montrer que la fonction h est la solution de (E) qui vérifie les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 2$

Problème : (8,5 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\left(e^{\frac{x}{2}} - 1\right)^2$.
Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$ (unité : 1 cm)

0,5 pt **1 -** Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$

0,5 pt **2 -** Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat

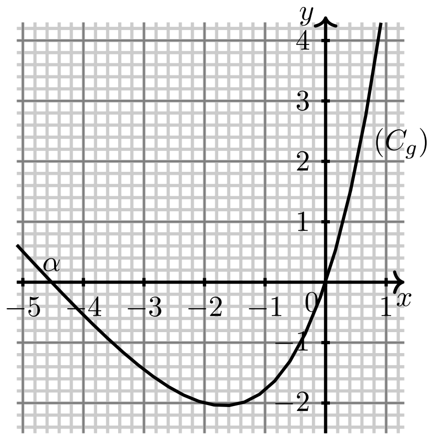
0,5 pt **3 - a)** Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$

0,75 pt **b)** Étudier le signe de $(f(x) - x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ)

0,5 pt **4 - a)** Montrer que $f'(x) = \left(e^{\frac{x}{2}} - 1\right)^2 + xe^{\frac{x}{2}}\left(e^{\frac{x}{2}} - 1\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Vérifier que $x\left(e^{\frac{x}{2}} - 1\right) \geq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$

0,25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$



0,5 pt **5 - a)** Montrer que $f''(x) = \dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}g(x)$
où $g(x) = (2x+4)\,e^{\frac{x}{2}} - x - 4$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** A partir de la courbe ci-contre de la fonction g, déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ (Remarque : $g(\alpha) = 0$)

0,5 pt **c)** Étudier la concavité de la courbe (C) et déterminer les abscisses des deux points d'inflexions.

1 pt **6 -** Construire la courbe (C) dans le repère $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$
(On prend : $\ln(4) \simeq 1,4$; $\alpha \simeq -4,5$ et $f(\alpha) \simeq -3,5$)

0,5 pt **7 - a)** Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$

0,25 pt **b)** Calculer $\left(f^{-1}\right)'(\ln(4))$

8 - Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **a)** Montrer par récurrence que $0 < u_n < \ln(4)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante

0,25 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente

0,5 pt **d)** Calculer la limite de la suite (u_n)

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2022

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

— Exercice 1 : **Suite numériques** .... **2,5 points**
— Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcule des probabilités** .... **3 points**
— Problème : **Etude d'une fonction numérique et Calcule intégrale** . **8,5 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (2,5 pts)

Soit $(\mathcal{U}_n)$ la suite numérique définie par $\mathcal{U}_0 = 2$ et $\mathcal{U}_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathcal{U}_n + \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\mathcal{U}_n > 1$.

0,75 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\mathcal{U}_{n+1} - \mathcal{U}_n = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}(\mathcal{U}_n - 1)$ et déduire que la suite $(\mathcal{U}_n)$ est décroissante et convergente.

2 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$, $\mathcal{V}_n = \mathcal{U}_n - 1$.

0,5 pt **a)** Montrer que $(\mathcal{V}_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et son première terme.

0,5 pt **b)** Ecrire $\mathcal{U}_n$ en fonction de n puis déduire la limite de la suite $(\mathcal{U}_n)$.

0,25 pt **c)** Calculer la somme $S = \mathcal{U}_0 + \mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 + \cdots\cdots + \mathcal{U}_{2021}$.

Exercice 2 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les deux points $A(1,-1,1)$ et $B(5,1,-3)$. Soit (S) la sphère de center $\Omega(3,0,-1)$ de rayon $R=3$, et (Δ) la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}(2,-2,1)$.

0,25 pt **1 - a)** Calculer la distance ΩA.

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (Δ) et (ΩA) sont perpendiculaires.

0,25 pt **c)** Déduire la position relative de la droite (Δ) et la sphère (S).

0,5 pt **2 -** Soit le point $M_a(2a-3, 3-2a, a-1)$ avec $a \in \mathbb{R}$, montrer que $\overrightarrow{AM_a} = (a-2)\vec{u}$ et déduire que $M_a \in (\Delta)$ pour tout $M_a \in \mathbb{R}$.

0,5 pt **3 - a)** Vérifier que $2x - 2y + z - 9a + 13 = 0$ est une équation du plan (P_a) passant par M_a et perpendiculaire à la droite (Δ)

0,5 pt **b)** Montrer que $d(\Omega, (P_a)) = |3a-6|$

0,5 pt **c)** Déterminer les deux valeurs de a pour lesquelles le plan (P_a) est tangent à la sphère (S).

Exercice 3 : (3 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 1+5i$, $Z_B = 1-5i$ et $Z_C = 5-3i$.

0,25 pt **1 -** Déterminer le nombre complexe Z_D affixe du point D milieu du segment $[AC]$.

0,5 pt **2 -** Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\dfrac{1}{2}$.
Déterminer le nombre complexe Z_E affixe du point E l'image de point B par h.

0,5 pt **3 -** On considère la rotation R de center C d'angle $\left(\dfrac{-\pi}{2}\right)$, déterminer l'image de B par R.

4 - Soit F le point d'affixe $Z_F = -1+i$

0,25 pt **a)** Vérifier que $\dfrac{Z_D - Z_A}{Z_F - Z_A} \times \dfrac{Z_F - Z_E}{Z_D - Z_E} = -1$

0,5 pt **b)** En déduire que $\overline{(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD})} + \overline{(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF})} \equiv \pi[2\pi]$.

0,5 pt **c)** Déterminer la forme trigonométrique du nombre $\dfrac{Z_E - Z_F}{Z_A - Z_F}$ et déduire la nature du triangle AEF.

0,5 pt **d)** Déduire que les points A, D, E et F appartiennent à un cercle dont on déterminera un diamètre.

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient trois boules blanches, et quater boules rouges et cinq boules vertes, indiscernables au toucher : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Soient les événements :

1 - On considère les événements suivantes : A : "Obtenir exactement deux boules rouges"
B :" Obtenir exactement une boule verte"

0,75 pt **a)** Montrer que : $P(A) = \dfrac{12}{55}$ et $P(B) = \dfrac{21}{44}$

0,75 pt **b)** Calculer $P(A/B)$: la probabilité de l'événement A Sachant que l'événement B est réalisé.Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2 - Soit la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.

1 pt **a)** Déterminé la loi de la de probabilité X.

0,5 pt **b)** calculer la probabilité d'obtenir au moins deux boules vertes.

Problème : (8,5 pts)

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^4(\ln x - 1)^2; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (unité : $1cm$)

0,75 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, puis détermine la branche infinie de $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$.

0,5 pt **2 - a)** Montrer que f est continue à droite au point 0.

0,5 pt **b)** Étudier la dérivabilité de la fonction f à droite en 0 puis interpréter le résultat géométriquement .

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = 2x^3(\ln x - 1)(2\ln x - 1)$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$.

0,5 pt **b)** Dresser le tableau de variations de f.

0,5 pt **4 - a)** Sachant que $f''(x) = 2x^2(6\ln x - 5)\ln x$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$, étudier le signe de $f''(x)$ sur $]0, +\infty[$.

0,5 pt **b)** Déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ admet deux points d'inflexion dont on déterminera les abscisses.

1 pt **5 - a)** Construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (on prend : $\sqrt{e} \simeq 1,6$ et $e^2 \simeq 7,2$)

0,5 pt **b)** En utilisant la courbe $(\mathcal{C})$, déterminer le nombre de solutions de l'équation
$x^2(\ln x - 1) = -1$

6 - On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(|x|)$

0,5 pt **a)** Montrer que la fonction g est paire .

0,5 pt **b)** Construire $(\mathcal{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,5 pt **7 - a)** On pose $I = \int_1^e x^4(\ln x - 1)dx$, en utilisant une intégration par parties, montrer que $I = \dfrac{6 - e^5}{25}$.

0,5 pt **b)** On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $h(x) = x^5(\ln x - 1)^2$. Vérifier que $h'(x) = 5f(x) + 2x^4(\ln x - 1)$.

0,5 pt **c)** Déduire que $\int_1^e f(x)dx = -\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{5}I$.

0,5 pt **d)** Calculer l'aire du domine délimité par la courbe $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normale juin 2021

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

— Exercice 1 : **fonctions numériques** .... **2 points**
— Exercice 2 : **suites numériques** .... **4 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **5 points**
— Problème : **Etude d'une fonction numérique et Calcule intégrale** ... **9 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (2 pts)

0,5 pt **1 - a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x} - 4e^{x} + 3 = 0$

0,5 pt **b)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{2x} - 4e^{x} + 3 \leqslant 0$

0,5 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 4e^{x} + 3}{e^{2x} - 1}$

0,5 pt **2 -** Montrer que l'équation $e^{2x} + e^{x} + 4x = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[-1, 0]$

Exercice 2 : (4pts)

Soit $(\mathcal{U}_n)$ la suite numérique définie par : $\mathcal{U}_0 = \dfrac{1}{2}$ et $\mathcal{U}_{n+1} = \dfrac{\mathcal{U}_n}{3 - 2\mathcal{U}_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,25 pt **1 -** Calculer $\mathcal{U}_1$

0,5 pt **2 -** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0 < \mathcal{U}_n < \dfrac{1}{2}$

0,5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $\dfrac{\mathcal{U}_{n+1}}{\mathcal{U}_n} \leqslant \dfrac{1}{2}$

0,5 pt **b)** En déduire la monotonie de la suite $(\mathcal{U}_n)$

0,75 pt **4 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0 < \mathcal{U}_n < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$; puis calculer la limite de la suite $\mathcal{U}_n$.

0,5 pt **b)** On pose $\mathcal{V}_n = \ln(3 - 2\mathcal{U}_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$, calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathcal{V}_n$

0,5 pt **5 - a)** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $\dfrac{1}{\mathcal{U}_{n+1}} - 1 = 3\left(\dfrac{1}{\mathcal{U}_n} - 1\right)$

0,5 pt **b)** En déduire $\mathcal{U}_n$ en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$

Exercice 3 : (5 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

2 - Soient les nombres complexes $a = e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b = \dfrac{3}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0,25 pt **a)** Ecrire a sous forme algébrique .

0,25 pt **b)** Vérifier que $\overline{a}b = \sqrt{3}$

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et $\overline{a}$.

0,5 pt **3 -** Montrer que le point B est l'image du point A par une homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport.

4 - Soient zl'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$

0,5 pt **a)** Écrire z' en fonction de z et a

0,25 pt **b)** Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R, montrer que $d = a + 1$.

0,5 pt **c)** Soit I le point d'affixe le nombre 1 , montrer que $ADIO$ est un losange.

0,75 pt **5 - a)** Vérifier que $d - b = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$; en déduire un argument du nombre $d - b$

0,5 pt **b)** Ecrire le nombre $1 - b$ sous forme trigonométrique.

0,5 pt **c)** Déduire une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD}}\right)$

Problème : (9 pts)

Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = 2x\ln x - 2x \ ; \ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (unité : $1cm$)

0,5 pt **1 -** Montrer que f est continue à droite au point 0.

0,5 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter géométriquement le résultat.

0,75 pt **3 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.

0,5 pt **b)** Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0,5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,+\infty[$

0,5 pt **4 - a)** Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = x$.

1 pt **b)** Construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (on prend : $e^{\frac{3}{2}} \simeq 4,5$)

0,5 pt **5 - a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\displaystyle\int_1^e x\ln x = \frac{1+e^2}{4}dx$

0,5 pt **b)** En déduire : $\displaystyle\int_1^e f(x)dx$

0,5 pt **6 - a)** Déterminer le minimum de f sur $]0,+\infty[$

b) En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\ln x \geqslant \dfrac{x-1}{x}$.

7 - Soit $g$la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1,+\infty[$

0,5 pt **a)** Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.

0,75 pt **b)** Construire dans le même repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ la courbe représentative de la fonction g^{-1}

8 - On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x) = x + 3x \quad ; \quad x \leqslant 0 \\ h(x) = 2x\ln x - 2x \quad ; \quad x > 0 \end{cases}$

0,5 pt **a)** Etudier la continuité de h au point 0

0,5 pt **b)** Etudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat.

0,25 pt **c)** La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? justifier.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2021

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales PC et SVT**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices et problème :

— Exercice 1 : **suites numériques** .... **4 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **5 points**
— Exercice 3 : **fonctions numériques** .... **3 points**
— Problème : **Etude d'une fonction numérique et Calcule intégrale** ... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (4 pts)

Soit $(\mathcal{U}_n)$ la suite numérique définie par : $\mathcal{U}_0 = \dfrac{1}{3}$ et $\mathcal{U}_{n+1} = \dfrac{1+\mathcal{U}_n}{3-\mathcal{U}_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **1 -** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 < \mathcal{U}_n < 1$

0,5 pt **2 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\mathcal{U}_{n+1} - \mathcal{U}_n = \dfrac{(\mathcal{U}_n - 1)^2}{3-\mathcal{U}_n}$

0,5 pt **b)** Montrer que la suite $(\mathcal{U}_n)$ est convergente.

3 - On pose $\mathcal{V}_n = \dfrac{1}{1-\mathcal{U}_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,75 pt **a)** Montrer que $(\mathcal{V}_n)$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme.

0,75 pt **b)** Déterminer $\mathcal{V}_n$ en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire $\mathcal{U}_n = \dfrac{n+1}{3+n}$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **c)** Calculer la limite de la suite $(\mathcal{U}_n)$

0,5 pt **4 -** A partir de quelle valeur de n, a-t-on $\mathcal{U}_n \geqslant \dfrac{1011}{1012}$?

Exercice 2 : (5 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :$z^2 - 6z + 13 = 0$

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c telles que :$a = 3+2i$; $b = 3-2i$ et $c = -1-2i$.

0,5 pt **a)** Ecrire $\dfrac{c-b}{a-b}$ sous forme trigonométrique

0,5 pt **b)** En déduire la nature de triangle ABC

3 - Soit R la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$. Soit M un point du plan d'affixe z et le point M' d'affixe z' l'image de M par R, et soit D le point d'affixe $d = -3-4i$.

0,5 pt **a)** Ecrire z' en fonction de z

0,25 pt **b)** Vérifier que C et l'image de point A par R

0,5 pt **4 - a)** Montrer que les point A, C et D sont alignés.

0,5 pt **b)** Déterminera le rapport de l'homothétie h de centre C et qui transforme A en D

0,5 pt **c)** Déterminera l'affixe m du point E pour que la quadrilatère $BCDE$ soit un parallélogramme.

0,5 pt **5 - a)** Montrer que $\dfrac{d-a}{m-b}$ est un nombre réel.

0,5 pt **b)** En déduire que quadrilatère $ABED$ est un trapèze isocèle.

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la fonction numérique h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = x + \ln x$

0,5 pt **1 -** Montrer que la fonction h est strictement croissante sur $]0 + \infty[$

0,5 pt **2 -** Déterminer $h(]0; +\infty[)$

0,5 pt **3 - a)** En déduire que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$

0,5 pt **b)** Montrer que $0 < \alpha < 1$

0,5 pt **4 - a)** Vérifier que $h\left(\dfrac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \dfrac{1}{\alpha}$

0,5 pt **b)** En déduire que$h\left(\dfrac{1}{\alpha}\right) > 2$

Problème : (8 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (unité : $1cm$)

0,5 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement.

0,5 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0,75 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$, et interpréter le résultat géométriquement.

0,75 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$

0,5 pt **b)** Dresser le tableau de variations de la fonction f

0,5 pt **4 - a)** Calculer$f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5 pt **b)** Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$ admet un point d'inflexion d'abscisse 2

1 pt **5 -** Construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ (on prend : $f(2) \simeq 1,25$)

0,5 pt **6 -** Déterminer la valeur minimale de la fonction f et en déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$, $e^{x-1} \geq x$

0,5 pt **7 - a)** En utilisant une intégration par parties, calculer : $\displaystyle\int_0^2 xe^{-x}dx$

0,5 pt **b)** En déduire que $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx = 4 - e + 3e^{-1}$

8 - Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 1]$

0,5 pt **a)** Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

0,75 pt **b)** Construire la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

0,25 pt **c)** A partir de la courbe représentative de g^{-1}, déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{g^{-1}(x)}{x}\right)$

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2020

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de 4 exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Suites numériques** .... **4 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **5 points**
— Exercice 3 : **Limites, dérivabilité et calcul intégral** .... **4 points**
— Exercice 4 : **Etude d'une fonction numérique** .... **7 points**

✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z .
✓ ln désigne la fonction logarithme népérien .

Exercice 1 : (4 pts)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{2u_n+5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,25 pt **1 -** Calculer u_1.

0,5 pt **2 -** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n > 0$

3 - a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0 < u_{n+1} < \dfrac{2}{5}u_n$,

1 pt puis en déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0 < u_n < \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

0,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4 - On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n = \dfrac{4u_n}{2u_n+3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{5}$.

1 pt **b)** Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.

Exercice 2 : (5 pts)

1 - Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère I'équation :

$$(E) : z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16 = 0$$

0,5 pt **a)** Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta = -4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$.

1 pt **b)** En déduire les solution de l'equation (E) .

2 - Soient les nombres complexes :

$$a = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right) + i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right) \quad , \quad b = 1 + i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}.$$

0,75 pt **a)** Vérifier que $b\bar{c} = a$, puis en déduire que $ac = 4b$.

0,5 pt **b)** Ecrire les nombres complexes b et c sous forme trigonométrique..

0,5 pt **c)** En déduire que : $a = 4\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\right)$.

3 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points B, C et D d'affixes respectives b, c et d telle que $d = a^4$.

Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{12}$

0,5 pt **a)** Vérifier que : $z' = \dfrac{1}{4}az$.

0,25 pt **b)** Déterminer l'image du point C par la rotation R .

0,25 pt **c)** Déterminer la nature du triangle OBC.

0,75 pt **d)** Montrer que $a^4 = 128b$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés .

Exercice 3 : (4 pts)

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x$

0,5 pt **1 - a)** Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$.

0,5 pt **b)** Montrer que g est croissante sur $[1;+\infty[$.

0,5 pt **c)** en déduire que pour tout x de $[1;+\infty[$, $0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$ (Remarquer que $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$).

1 pt **d)** Montrer que pour tout x de $[1;+\infty[$, $0 \leq \dfrac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ et en déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^3}{x^2}$.

0,75 pt **2 - a)** Montrer que la fonction : $G : x \mapsto x\left(-1 + \dfrac{4}{3}\sqrt{x} - \ln x\right)$ est une primitive de g sur $]0;+\infty[$.

0,75 pt **b)** Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_1^4 g(x)dx$.

Prpblème : (7 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{N}$ par : $f(x) = -x + \dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2} - 4\right)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité : 2 cm).

0,5 pt **1 -** Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

0,5 pt **2 - a)** Démontrer que la droite (Δ) d'équation : $y = -x + \dfrac{5}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.

0,75 pt **b)** Résoudre l'équation $e^{x-2} - 4 = 0$ puis montrer que la courbe (C) est au dessus de (Δ) sur l'intervalle $]-\infty; 2 + \ln 4]$ et en dessous de (Δ) sur l'intervalle $[2 + \ln 4; +\infty[$.

0,5 pt **3 -** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0,5 pt **4 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ $f'(x) = -\left(e^{x-2} - 1\right)^2$.

0,25 pt **b)** Dresser le tableau de variations de la fonction f.

0,75 pt **5 -** Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $A(2,2)$ est un point d'inflexion de (C).

0,5 pt **6 -** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$.

1 pt **7 -** Construire (Δ) et (C) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ ci-dessous (on prend $\ln 2 \simeq 0,7$ et $\ln 3 \simeq 1,1$).

0,5 pt **8 - a)** Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$.

0,75 pt **b)** Construire dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ la courbe représentative de la fonction f^{-1} (Remarquer que la droite (Δ) est perpendiculaire à la première bissectrice du repère).

0,5 pt **c)** Calculer $\left(f^{-1}\right)'(2 - \ln 3)$ (Remarquer que $f^{-1}(2 - \ln 3) = 2 + \ln 3$).

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrappage juillet 2020

MATHEMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de troix exercices et un problème indéquants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Suites Numériques** .... **2 points**
— Exercice 2 : **Nombres Complexes** .... **5 points**
— Exercice 3 : **Dérivabilité et Calcul Intégral** .... **4 points**
— Exercice 4 : **Etude d'une Fonction Numérique et Suites Numériques** **9 points**

♠ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (2 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 -** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n < 2$

2 - On pose $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2

0,75 pt **b)** Exprimer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n , pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,25 pt **c)** Calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : (5 points)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.

2 - On pose $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$.

0,75 pt **a)** Ecrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel.

0,5 pt **b)** Soit le nombre complexe $b = \cos(\frac{\pi}{8}) + \mathrm{i}\sin(\frac{\pi}{8})$. Prouver que $b^2 = a$.

3 - On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z'.

0,25 pt **a)** Vérifier que $z' = bz$.

0,5 pt **b)** Déterminer l'image de C par la rotation R et montrer que A est l'image de B par R.

0,75 pt **4 - a)** Montrer que $|a - b| = |b - c|$ puis déduire la nature du triangle ABC.

0,5 pt **b)** Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$.

5 - Soit T la translation du vecteur $\vec{u}$ et D l'image de A par la translation T.

0,25 pt **a)** Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$.

0,75 pt **b)** Montrer que $\dfrac{b^2+1}{b} = b + \bar{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés.

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique $\mathcal{U}$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\mathcal{U}(x) = \mathrm{e}^x - 2x + 2 - 3\mathrm{e}^{-x}$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $\mathcal{U}'(x) = \dfrac{(\mathrm{e}^x - 1)^2 + 2}{\mathrm{e}^x}$.

0,25 pt **b)** Poser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{U}$ (sans calcul de limite).

0,5 pt **c)** En déduire le signe de la fonction $\mathcal{U}$ sur $\mathbb{R}$ (**remarquer que** $\mathcal{U}(0) = 0$).

2 - Soit la fonction numérique $\mathcal{V}$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\mathcal{V}(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2x\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^x - 3$.

0,5 pt **a)** Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$, $\mathcal{V}(x) = \mathrm{e}^x\, \mathcal{U}(x)$.

0,5 pt **b)** En déduire le signe du fonction $\mathcal{V}$ sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que la fonction $\mathcal{W}$ définie par $\mathcal{W}(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + (4 - 2x)\mathrm{e}^x - 3x$ est une primitive de la fonction $\mathcal{V}$ sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **b)** Calculer l'intégrale $\int_0^2 \mathcal{V}(x)\mathrm{d}x$.

0,75 pt **c)** Montrer que $\frac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction $\mathcal{W}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 : (9 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = \mathrm{e}^{(1-x)} + \frac{1}{x} - 2$

0,5 pt **1 -** Monter que $g'(x) < 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$

0,5 pt **2 -** Déduire le tableau de variations de la fonction $g(x)$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$ (Notez que $g(1) = 0$).

II - On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :
$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^{(1-x)} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x$, et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm)

0,5 pt **1 -** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0,5 pt **2 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

0,75 pt **b)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

1 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x) = (x-2)g(x)$

0,75 pt **b)** Montrer que f est décroissante sur $]0;1]$ et $[2;+\infty[$ et croissante sur $[1;2]$.

0,25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$ (On pose $f(2) \approx 1,25$)

0,5 pt **4 -** sachant que $f(3) \approx 0,5$ et $f(4) \approx -1,9$, montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3;4[$.

1 pt **5 -** Construire $(\mathcal{C})$ dans le repère $(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$.

III - on pose $h(x) = f(x) - x$ pour tout x de $[1;2]$.

x	1		2
$h(x)$	0	$\searrow$	$h(2)$

0,5 pt **1 - a)** A partir du tableau de variations de la fonction h ci contre, montrer que $f(x) \leq x$, pour tout x de $[1;2]$.

0,25 pt **b)** Montre que 1 est l'unique solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[1;2]$.

0,5 pt **2 -** Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **a)** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0,75 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2019

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Calculs des probabilités** .... **3 points**
- Problème : **Étude de fonctions numérique, calcul intégral et suites numériques** .... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,-1,-1)$, $B(0,-2,1)$ et $C(1,-2,0)$.

0,75 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

0,5 pt **b)** En déduire que $x+y+z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2 - Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$

0,75 pt Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(2,-1,1)$ et que son rayon est $R=\sqrt{5}$.

0,5 pt **3 - a)** Calculer $d(\Omega,(ABC))$ la distance du point Ω au plan (ABC).

0,5 pt **b)** En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle(Γ) (la détermination du centre et du rayon de (Γ) n'est pas demandée)

Exercice 2 : (3 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2-2z+4=0$

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a=1-i\sqrt{3}$, $b=2+2i$, $c=\sqrt{3}+i$ et $d=-2+2\sqrt{3}$.

0,5 pt **a)** Vérifier que $a-d=\sqrt{3}(c-d)$.

0,25 pt **b)** En déduire que les points A, C et D sont alignés.

3 - On considère z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{3}$

0,5 pt Vérifier que $z'=\frac{1}{2}az$

4 - Soient H l'image du point B par la rotation R, h son affixe et P le point d'affixe p tel que $p=a-c$.

0,5 pt **a)** Vérifier que $h=ip$

0,5 pt **b)** Montrer que le triangle (OHP) est rectangle et isocèle en O.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient dix boules : trois boules vertes, six boules rouges et une boule noir indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : ≪ **Obtenir trois boules vertes** ≫

B : ≪ **Obtenir trois boules de même couleur** ≫

C : ≪ **Obtenir au moins deux boules de même couleur** ≫

2 pt **1 -** Montrer que $P(A)=\frac{1}{120}$ et $P(B)=\frac{7}{40}$

1pt **2 -** Calculer $p(C)$.

Problème : (11 pts)

Première partie :

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :$f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité :1 cm)

0,5 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, puis interpréter le résultat géométriquement.

0,25 pt **2 - a)** Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\ln x - 1\right)\ln x$

0,5 pt **b)** En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0,5 pt **c)** Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$

puis en déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

0,75 pt **d)** Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y = x$

0,5 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $]0,1]$: $(x-1) + \ln x \leq 0$
et pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1) + \ln x \geq 0$

1 pt **b)** Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x) = \frac{x - 1 + \ln x}{x}$

0,5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f

0,5 pt **4 - a)** Montrer que $f''(x) = \frac{2 - \ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0,5 pt **b)** En déduire que (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

0,5 pt **5 - a)** Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ et déduire la position relative de (C) et (Δ)

1pt **b)** Construire (Δ) et (C) dans le même repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

0,5 pt **6 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto x\ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \ln x$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,75 pt **b)** A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$

0,5 pt **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par (C) et (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Deuxième partie :

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 pt **1 - a)** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est croissante.

0,5 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente.

0,75 pt **2 -** Calculer la limite de la suite (u_n)

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2019

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Probabilités** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Problème d'analyse** .... **11 points**

♠ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,2,2)$, $B(3,-1,6)$, et $C(1,1,3)$.

0,75 pt **1 - a)** Vérifier que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$.

0,5 pt **b)** En déduire que $x - 2y - 2z + 7 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2 - Soient les points $E(5,1,4)$ et $F(-1,1,12)$ et (S) l'ensemble des points M vérifiant

0,75 pt $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = 0$. Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(2,1,8)$ et de rayon $R = 5$

0,5 pt **3 - a)** Calculer $d(\Omega,(ABC))$ distance du point Ω au plan (ABC).

0,5 pt **b)** En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon $r = 4$.

Exercice 2 : (3 pts)

0,75 pt **1 - a)** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - 3z + 3 = 0$

0,5 pt **b)** On pose $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, écrire a sous forme trigonométrique.

0,5 pt **2 -** On considère le nombre complexe $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$, vérifier que $b^2 = i$

0,5 pt **3 -** On pose $h = \cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}$, montrer que $h^4 + 1 = a$

4 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{u},\ \vec{v})$, on considère le point B d'affixe b et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

0,5 pt **a)** Soit c l'affixe du point C image du point B par la rotation R. Montrer que $c = ib$.

0,25 pt **b)** En déduire la nature du triangle OBC.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient une boule rouge, deux boules blanches et trois boules noires indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et avec remise trois boules de l'urne.

Soient les événements suivants :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "il n'y a aucune boule blanche parmi les boules tirées "

C : "il y a exactement deux boules blanches parmi les boules tirées "

2 pts **1 -** Monter que $p(A) = \frac{1}{6}$ et $p(B) = \frac{8}{27}$

1 pt **2 -** Calculer $p(C)$.

Problème : (11 pts)

Première partie :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$
et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$(unité : 1 cm)

0.5 pt **1 - a)** Vérifier que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ et interpréter le résultat géométriquement.

0.5 pt **b)** Vérifier que $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

0.5 pt **2 - a)** Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

0.5 pt **b)** Montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

0.75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \frac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.

0.25 pt **b)** Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 4 > 0$.

0.75 pt **c)** Monter que la fonction f est strictement décroissante sur $]0, 2]$ et strictement croissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $[2, +\infty[$.

0.5 pt **d)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.

1 pt **4 -** Construire la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

0.5 pt **5 - a)** Vérifier que la fonction $H : x \mapsto \frac{1}{x}e^{x-4}$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$ sur $[2, 4]$.

0.25 pt **b)** Vérifier que $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32\frac{(x-1)}{x^2}e^{x-4}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.

0.5 pt **c)** Calculer l'intégrale $\int_2^4 e^{x-4}dx$.

0.75 pt **d)** Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

Deuxième partie :

1 - On considère la fonction numérique g définie sur $[2, 4]$ par $g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$

0.25 pt **a)** Calculer $g(4)$

0.5 pt **b)** Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2, 4]$, $g(x) = -(x-4)^2e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$

0.5 pt **c)** Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2, 4]$: $e^{x-4} - 1 \leq 0$

0.5 pt **2 - a)** Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2, 4]$, $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$

0.25 pt **b)** En déduire que pour tout x de l'intervalle $[2, 4]$, $f(x) \leq x$.

3 - Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **a)** Monter par récurrence que $2 \leq u_n \leq 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **b)** Déterminer la monotonie de la suite (u_n) et en déduire qu'elle est convergente.

0.75 pt **c)** Calculer la limite de la suite (u_n).

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2018

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants et un problème réparties suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Problème : **Étude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques** .... **11 points**

♠ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0.-2;-2)$, $B(1;-2;-4)$ et $C(-3;-1;2)$.

1 pt **1 -** Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ et en déduire que $2x+2y+z+6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

0,5 pt **2 -** On considère la sphère (S) dont une équation est : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$

Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega\,(1;0;1)$ et pour rayon $R=5$.

0,25 pt **3 - a)** Vérifier que $\begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= 2t \\ z &= 1+t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale au plan (ABC).

0,5 pt **b)** Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).

0,75 pt **4 -** Vérifier que $d\,(\Omega;(ABC))=3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.

Exercice 2 : (3 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2+2z+5=0$.

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonrmé direct $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

0,25 pt **a)** Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe : $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

0,5 pt **b)** On considère le point A d'affixe $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ et le point B image du point A par la rotation R. Soit b l'affixe du point B.

Montrer que : $b=da$.

3 - Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C.

0,75 pt **a)** Vérifier que $c=b+a$ et en déduire que $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (on pourra utiliser la question 2)b))

0,75 pt **b)** Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : *cinq* boules rouges portant les nombres 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et *quatre* boules blanches portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2.

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément *trois* boules de l'urne.

Soit les évènements :

A : " Les trois boules tirées sont de même couleur"

B : " Les trois boules tirées portent le même nombre"

C : " Les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre"

1,5 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{6}$, $p(B) = \dfrac{1}{4}$ et $p(C) = \dfrac{1}{42}$.

2 - On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'évènement A.

0,5 pt **a)** Déterminer les paramètre de la variable aléatoire X.

1 pt **b)** Montrer que $p\,(X = 1) = \dfrac{25}{72}$ et calculer $p\,(X = 2)$.

Exercice 4 : (11 pts)

partie I : Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par :$g(x) = \mathrm{e}^x - x^2 + 3x - 1$. Le tableau ci-dessous est le tableau de variations de la fonction g.

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

0,25 pt **1 -** Vérifier que : $g(0) = 0$.

0,5 pt **2 -** Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des interevalles $]-\infty; 0]$ et $[0; +\infty[$.

partie II : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - x)\mathrm{e}^{-x} + x$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonrmé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ (unité : $1cm$).

0,5 pt **1 - a)** Vérifier que $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + x$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que (C) admet une une asymptote (D) au
0,75 pt voisinage de $+\infty$ d'équation $y = x$.

0,5 pt **c)** Vérifier que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - x + xe^x}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

0,25 pt **2 - a)** Montrer que $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout x de $\mathbb{R}$.

b) En déduire que (C) est au-dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty; 0]$ et $[1; +\infty[$,
0,5 pt et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0; 1]$.

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = g(x)\mathrm{e}^{-x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,5 pt **b)** En déduire que la fonction f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

0,25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f.

0,25 pt **4 - a)** Vérifier que $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)\mathrm{e}^{-x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,5 pt **b)** En déduire que la courbe (C) admet deux points d'inflexion d'abscisses 1 et 4.

1 pt **5 -** Construire (D) et (C) dans le même repère $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (On prend $f(4) \approx 4,2$)

0,5 pt **6 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x^2+2x+2)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x^2)\mathrm{e}^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que $\displaystyle\int_0^1 x^2\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = \frac{2e-5}{e}$

0,75 pt **b)** À l'aide d'une intergration par parties montrer que $\displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = \frac{e-2}{e}$

0,75 pt **c)** Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par C et D et les axes d'équations $x=0$ et $x=1$.

partie III : Soit U_n la suite numérique définie par : $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et $u_{n+1} = fu_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **1 -** Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

(On pourra utiliser le résultat de la question $II)-3.b)$)

0,5 pt **2 -** Montrer que la suite u_n est décroissante.

0,75 pt **3 -** En déduire que u_n est convergente et déterminer sa limite.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrappage juillet 2018

MATHEMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indéquants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres Complexes** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Calcul intégral** .... **2 points**
- Problème : **Etude d'une fonction numérique et suites numériques** ... **9 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre $\Omega(2,1,2)$ et rayon égale à 3 et le plan (P) passant par le point $A(-1,0,3)$ et dont $\overrightarrow{u}(4,0,-3)$ est un vecteur normal à (P).

0,5 pt **1 -** Montrer que $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$ est une équation cartésienne de la sphère (S).

0,5 pt **2 -** Vérifier que $4x-3z+13=0$ est une équation cartésienne du plan (P).

3 - a) Vérifier que $\begin{cases} x = & 2+4t \\ y = & 1 \\ z = & 2-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,5 pt passant par Ω et orthogonale à plan (P).

0,5 pt **b)** Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (P).

0,25 pt **4 - a)** Calculer $d(\Omega,(P))$

0,75 pt **b)** Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

Exercice 2 : (3 points)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$.

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

0,25 pt **a)** Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe a .

0,5 pt **b)** Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est $b=2\left(\cos(\dfrac{\pi}{12})+i\sin(\dfrac{\pi}{12})\right)$

0,5 pt **3 - a)** On considère le point C d'affixe $c=1+i$.

montrer que $b^2-c^2=2\sqrt{3}$.

0,5 pt **b)** Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image du point B par la translation t.

Montrer que $OD=|b+c|$

0,5 pt **c)** En déduire que $OD\times BC=2\sqrt{3}$

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges portant chacune le nombre 1, 3 boules rouges portant chacune le nombre 2, et 6 boules vertes portant chacune le nombre 2.

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les événements suivants :

A :" Les deux boules tirées portant le même nombre.".

B :" Les deux boules tirées sont de couleurs différentes ".

A :" Les deux boules tirées portant deux nombres dont la somme est égale à 3".

1,5 pt **1 -** Montrer que : $p(A)=\dfrac{13}{22}$ et $p(B)=\dfrac{6}{11}$ puis calculer $p(C)$.

0,5 pt **2 - a)** Montrer que : $p(A\cap B)=\dfrac{3}{11}$.

0,5 pt **b)** Les événements A et B sont -ils indépendants ? justifier votre réponse.

0,5 pt **3 -** Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant le même nombre.

Exercice 4 : (2 points)

0,5 pt **1 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto x\mathrm{e}^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x+1)\mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **b)** En déduire que $\displaystyle\int_0^1 (x+1)\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = e$

1 pt **2 -** A l'aide d'une intégration par partie, Calculer $\displaystyle\int_0^1 (x^2+2x-1)\mathrm{e}^x \mathrm{d}x$.

Problème : (9 pts)

Partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty \nearrow$	$+\infty$

0.25 pt **1 -** Calculer $g(1)$.

0.5 pt **2 -** A partir de ce tableau , déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$.

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

0,5 pt **1 - a)** Vérifier que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - \dfrac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage $+\infty$

0,25 pt **c)** Déterminer la position relative de la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$.

0,75 pt **2 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

1 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$

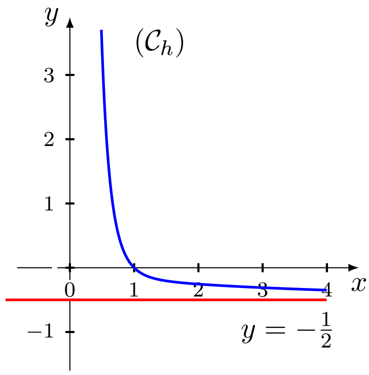
0,5 pt **b)** Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$.

0,5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

1 pt **4 -** Construire dans le repère $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$ (unité : 1 cm)

Partie III : On considère la fonction numérique h définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$h(x) = f(x) - x$$



0.25 pt **1 -** **a)** Vérifier que $h(1) = 0$

0.75 pt **b)** Dans la figure ci-contre $(\mathcal{C}_h)$ est la représentation graphique de la fonction h.
Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$ puis en déduire que :
$f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1;+\infty[$.

2 - On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = e$ *et* $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **a)** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
(On pourra utiliser le résultat de la question **III)** 1.b)

0,75 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite .

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Éxpérimentales

Session : normal juin 2017

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Éxpérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral et suites** **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère le plan (P) passant par le point $A(0,1,1)$ et dont $\vec{u}(1;0;-1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0;1;-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que : $x - z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P) .

0,75 pt **b)** Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que $B(-1;1;0)$ est le point de contact .

0,25 pt **2 - a)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale au plan (P).

0,75 pt **b)** Montrer que la droite (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1;1;0)$.

0,75 pt **3 -** Montrer que : $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OCB .

Exercice 2 : (3 pts)

Une urne contient 8 boules portant les nombres 0 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 4 (Les boules sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard, simultanément trois boules de l'urne.

1,5 pt **1 -** Soit A l'événement : "Parmi les trois boules tirées , aucune ne porte le nombre 0"

Soit B l'événement : "le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égale à 8 "

Montrer que : $p(A) = \dfrac{5}{14}$ et que : $p(B) = \dfrac{1}{7}$.

2 - Soit X le variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

0,5 pt **a)** Montrer que : $p(X = 16) = \dfrac{3}{28}$.

1 pt **b)** Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Recopier sur votre copier et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

Exercice 3 : (3 pts)

On considère les nombres complexes a et b tels que : $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que $b = (1 + i)a$.

0,5 pt **b)** En déduire que $|b| = 2\sqrt{2}$ et que $\arg b \equiv \dfrac{5\pi}{12}[2\pi]$

0,5 pt **c)** Déduire ce qui précède que : $cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2 - Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe c tel que : $c = -1 + i\sqrt{3}$

0,75 pt **a)** Vérifier que : $c = ia$ et en déduire que $OA = OC$ et que $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

0,5 pt **b)** Montrer que le point B l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

0,5 pt **c)** En déduire que la quadrilatère $OABC$ est un carré

Problème : (11 pts)

I) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

On donne, ci-contre, le tableau de variation de g sur $]0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$
$g(x)$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

0,25 pt **1 -** Vérifier que : $g(1) = 0$.

1 pt **2 -** À partir du tableau de variation ci-contre :.

Montrer que $g(x) \leqslant 0$ pour tout x appartient à l'intervalle $]0;1]$ et pour $g(x) \geqslant 0$ pour tout x appartient à l'intervalle $[1;+\infty[$

II) On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x})\ln x$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité $1cm$.

0.5 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

0.25 pt **2 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

0,75 pt **b)** Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (D) d'équation $y = x$.

1 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$, pour tout x de $]0,+\infty[$.

0.75 pt **b)** Montrer que f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$.

0.25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de f sur $]0,+\infty[$.

0.5 pt **4 - a)** Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ l'équation : $(1 - \frac{2}{x})\ln x = 0$.

0.5 pt **b)** En déduire que la courbe (C) coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées .

0,75 pt **c)** Montrer que $f(x) \leqslant x$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1;2]$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (D) sur l'intervalle $[1;2]$.

1 pt **5 -** Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C) (On admettra la courbe (C) possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre 2.4 et 2.5).

0.5 pt **6 - a)** Montrer que : $\displaystyle\int_1^2 \left(\frac{\ln x}{x}\right) dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$.

0.25 pt **b)** Montrer que la fonction : $H : x \longrightarrow 2\ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \longrightarrow \frac{2}{x} - 1$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,5 pt **c)** Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\displaystyle\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x dx = (1 - \ln 2)^2$.

0.5 pt **d)** Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

III) Considérons la suite numérique (u_n) définie par pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_0 = \sqrt{3} \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout entier naturel } n.$$

0.5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout entier naturel n.

0.5 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.(On pourra utiliser le résultat du question II) 4-c)

0.75 pt **3 -** Déduire que la suite (u_n) est convergente puis déterminer sa limite..

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2017

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Éxpérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Suites numériques** .... **2.5 points**
- Problème : **Étude d'une fonction et calcul intégral** .... **8.5 points**

Exercice 1 : (3 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ et le plan (P) d'équation : $y-z=0$.

0.5 **1 - a)** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1,1,1)$ et son rayon est 2.

0.5 **b)** Calculer $d(\Omega,(P))$ et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).

0.5 **c)** Déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

2 - Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1,-2,2)$ et orthogonale au plan (P).

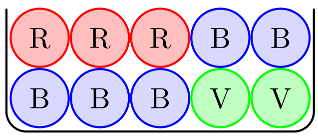
0.25 **a)** Montrer que $\vec{u}(0,1,-1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ).

0.75 **b)** Montrer que $\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2}\|\vec{u}\|$ et en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.

0.5 **c)** Déterminer les coordonnées de chacun des deux points de contact de la droite (Δ) et la sphère (S).

Exercice 2 : (3 pts)

Une urne contient *dix* boules indiscernables au toucher : *cinq* boules blanches, *trois* boules rouges et *deux* boules vertes (voir la figure ci-contre).



On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1.5 **1 -** Soit A l'événement :

"Parmi les quatre boules tirées, il y 'a une seule boule verte seulement ".

et B l'événement :

"Parmi les quatre boules tirées, il y 'a exactement trois boules de même couleur".

Montrer que $p(A)=\dfrac{8}{15}$ et que $p(B)=\dfrac{19}{70}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.

0.5 **a)** Montrer que $p(X=2)=\dfrac{2}{15}$.

1 **b)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique est égale à $\dfrac{4}{5}$.

Exercice 3 : (3 pts)

0.75 **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2+4z+8=0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que :

$$a = -2 + 2i,\ b = 4 - 4i \text{ et } c = 4 + 8i.$$

0.5 **a)** Soit z l'affixe d'un point M du plan et z ' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Montrer que : $z' = -iz - 4$.

0.75 **b)** Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC.

3 - Soit ω l'affixe du point Ω milieu du segment $[BC]$.

0.5 **a)** Montrer que $|c - \omega| = 6$.

0.5 **b)** Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 4 : (2.5 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 17 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12 \text{ pour tout entier naturel } n.$$

0.5 **1 - a)** Montrer par récurrence que : $u_n > 16$ pour tout entier naturel n.

0.5 **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente.

2 - Soit (v_n) la suite numérique tel que : $v_n = u_n - 16$ pour tout entier naturel n.

0.5 **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

0.5 **b)** En déduire que $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ pour tout entier naturel n puis déterminer la limite de la suite (u_n).

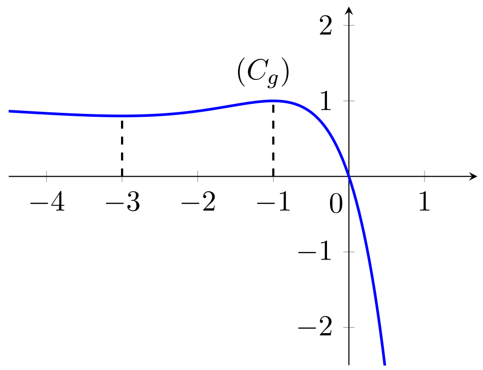
0.5 **c)** Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $u_n < 16,001$.

Problème : (8.5 pts)

partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$.

0.25 **1 -** Vérifier que : $g(0) = 0$.

2 - A partir de la représentation graphique de la fonction g (voir figure ci-après)



1 pt Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]-\infty, 0]$ et que $g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0, +\infty[$.

partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 - \left(x^2 + 1\right) e^x$$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 2 cm).

0.75 **1 - a)** Vérifier que : $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ pour tout réel x puis en déduire que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

0.5 **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

0.25 **c)** Montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D).

0.5 **2 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

(on pourra écrire $f(x)$ sous la forme $x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$)

0.25 **b)** Montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

0.75 **3 - a)** Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout réel x.

0.75 **b)** Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty, 0]$ et décroissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0.75 **c)** Montrer que la courbe (C_f) possède un deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1 .

1 **4 -** Construire, dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f).

(on prendra $f(-3) \approx -2,5$ et $f(-1) \approx -0,7$).

0.5 **5 - a)** Vérifier que la fonction $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis montrer que : $\int_{-1}^{0} xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$.

0.75 **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_{-1}^{0} \left(x^2 + 1\right) e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right).$$

0.5 **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = -1$.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2016

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Suites numériques** .... **2.5 points**
- Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
- Problème : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** ..... **8.5 points**

♠ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (2.5 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{3+u_n}{5-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1 - Vèrifier que : $u_{n+1} - 3 = \dfrac{4(u_n - 3)}{2+(3-u_n)}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis montrer par récurrence que
0,75 pt $u_n < 3$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2 - Soit (v_n) la suite numérique définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{3 - u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et en déduire que $v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$
0,75 pt pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **b)** Montrer que $u_n = \dfrac{1+3v_n}{1+v_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis exprimer (u_n) en fonction de n.

0,5 pt **c)** Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points $A(2,1,3)$, $B(3,1,1)$ et $C(2,2,1)$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$$

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

0,5 pt **b)** En déduire que $2x + 2y + z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

0,5 pt **2 - a)** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1, -1, 0)$ et son rayon est 6.

b) Montrer que $d(\Omega, (ABC)) = 3$ et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S)
0,5 pt suivant un cercle (Γ).

3 - a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et
0,5 pt orthogonale au plan (ABC)

0,5 pt **b)** Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point B.

Exercice 3 : (3 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2 - 4z + 29 = 0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, les points Ω, A et B d'affixes respectives : $\omega = 2 + 5i$, $a = 5 + 2i$ et $b = 5 + 8i$

0,75 pt **a)** Soit u le nombre complexe tel que : $u = b - \omega$.
Vérifier que $u = 3 + 3i$ puis montrer que $\arg u \equiv \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

0,25 pt **b)** Déterminer un argument du nombre complexe $\overline{u}$ ($\overline{u}$ étant le conjugué de u).

0,75 pt **c)** Vérifier que $a - \omega = \overline{u}$ puis en déduire que : $\Omega A = \Omega B$ et $\arg\left(\dfrac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.

0,5 pt **d)** On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

Déterminer l'image du point A par la rotation R.

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules vertes. (les boules sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

1 pt **1 -** Soit A l'évènement : " les deux boules tirées sont rouges" .
Montrer que $p(A) = \dfrac{2}{15}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.

0,5 pt **a)** Montrer que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{2, 3, 4\}$.

1,5 pt **b)** Montrer que $p(X = 3) = \dfrac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Problème : (8.5 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}.$$

et soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : $1cm$).

partie I :

0.25 pt **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

0.5 pt **b)** Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$

0.5 pt **2 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

0.5 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.5 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = 2(e^{x} - 1)^2$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.25 pt **b)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (remarquer que $f'(0) = 0$).

0.75 pt **c)** Montrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle $]1, \ln 4[$ tel que : $f(\alpha) = 0$.

0.5 pt **4 - a)** Montrer que la courbe (C_f) est au-dessus de la droite (D) sur l'intervalle $]\ln 4, +\infty[$ et qu'elle est en-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $]-\infty, \ln 4[$.

0.5 pt **b)** Montrer que la courbe (C_f) admet un seul point d'inflexion de coordonnées $(0, -5)$.

0.75 pt **c)** tracer la droite (D) et la courbe (C_f) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(on prendra $\ln 4 \approx 1,4$ et $\alpha \approx 1,3$).

0.5 pt **5 - a)** Montrer que $\int_0^{\ln 4}(e^2x - 4e^x)dx = -\dfrac{9}{2}$.

0,5 pt **b)** Calculer en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 4$.

partie II :

0,5 pt **1 - a)** Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$.

0,5 pt **b)** Déterminer la solution g de l'équation (E) qui vérifie les deux conditions : $g(0) = -3$ et $g'(0) = -2$.

2 - Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $]\ln 4, +\infty[$ par :

$$h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x).$$

0,75 pt **a)** Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} et que h^{-1} est définie sur $\mathbb{R}$.

0,75 pt **b)** Vérifier que $h(\ln 5) = \ln 5$ puis déterminer $(h^{-1})'(\ln 5)$.

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juin 2016

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Problème : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **8 points**

♠ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{16}u_n + \dfrac{15}{16}$ pour tout entier naturel n

0,5 pt **1 - a)** Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout entier naturel n.

0,5 pt **b)** Vérifier que $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{15}{16}(u_n - 1)$ pour tout entier naturel n puis montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0,25 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente.

2 - Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 1$ pour tout entier naturel n.

1 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{16}$ puis écrire v_n en fonction de n.

0,75 pt **b)** Montrer que $u_n = 1 + \left(\dfrac{1}{16}\right)^n$ pour tout entier naturel n, puis déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 3, 4)$ et $B(0, 1, 2)$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

0,5 pt **b)** Montrer que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

2 - Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$.

0,5 pt Montrer que (S) a pour centre le point $\Omega(3, -3, 3)$ et pour rayon 5.

0,75 pt **3 - a)** Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S).

0,75 pt **b)** Déterminer les coordonnées du point de contact H du plan (OAB) et de la sphère (S).

Exercice 3 : (3 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes C l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$.

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives a, b, c et ω telles que $a = 4 + 5i$, $b = 3 + 4i$, $c = 6 + 7i$ et $\omega = 4 + 7i$.

0,75 pt **a)** Calculer $\dfrac{c - b}{a - b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.

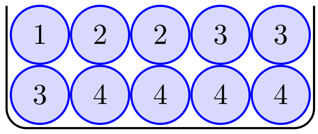
b) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M', image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

0,75 pt Montrer que $z' = -iz - 3 + 11i$.

0,75 pt **c)** Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\dfrac{a - \omega}{c - \omega}$.

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient 10 boules portant les nombres $1; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4$ (Les boules sont indiscernables au toucher)



On considère l'expérience suivante : on tire au hasard , successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

1 - Soit A l'évènement :" Obtenir deux boules portant deux nombres pairs".
1 pt Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{3}$.

2 - On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement A est réalisé.
2 pt Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 : (8 pts)

I - On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{2}{x} - 1 + 2\ln x$

On considère ci-contre le tableau de variations de la fonction g sur $]0; +\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$g(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

0,25 pt **1 -** Calculer $g(1)$.

0,75 pt **2 -** En déduire à partir du tableau que $g(x) > 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

II - On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$.
Soit (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité $2cm$.

0.75 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

0.5 pt **2 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. (pour le calcule de la limite on pourra utiliser l'écriture suivante $f(x) = x\left[\dfrac{3}{x} - 3 + 2\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)\ln x\right]$)

b) Montrer que la courbe (C_f) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont
0,5 pt la direction est celle de l'axe des ordonnées.

0.75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = g(x)$, pour tout x appartient à $]0, +\infty[$.

b) Montrer que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$ et dresser son tableau de variation
0.75 pt sur $]0, +\infty[$.

0.5 pt **4 - a)** Montrer que $I(1; 0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C_f).

b) Montrer que $y = x - 1$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C_f)
0.25 pt au point $I(1; 0)$. (C_f)

0,75 pt **c)** Construire, dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C_f).

0.5 pt **5 - a)** Montrer que : $\int_1^2 \left(1+\frac{x}{2}\right) dx = \frac{7}{4}$.

0,75 pt **b)** A l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $\int_1^2 (x+1)\ln x dx = 4\ln 2 - \frac{7}{4}$.

0.5 pt **c)** Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$

0.5 pt **6 -** Résoudre graphiquement, l'inéquation : $x \in]0;+\infty[$; $(x+1)\ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$.

FIN

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normale 1 Juin 2015

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Étude d'une fonction numérique et suites numériques** . **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les deux points $A(2,1,0)$ et $B(-4,1,0)$. Soit (P) le plan passant par le point A et $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ son vecteur normal.

0.5 pt **1 -** Montrer que $x + y - z - 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P).

2 - Soit (S) l'ensemble de points M de l'espace qui vérifient la relation : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

0.75 pt Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(-1,1,0)$ et de rayon 3.

3 - a) Calculer la distance du point Ω du plan (P) puis en déduire que (P) coupe (S) suivant

0.5 pt un cercle (C).

0.5 pt **b)** Montrer que le centre du cercle est le point $H(0,2,-1)$.

0.75 pt **4 -** Montrer que $\overrightarrow{OH} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OHB.

Exercice 2 : (3 pts)

I-On considère le nombre complexe a tel que : $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

0.5 pt **1 -** Montrer que le module du nombre complexe a est : $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

0.25 pt **2 -** Vérifier que a $= 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{4}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$.

0.25 pt **3 - a)** En linéarisant $\cos^2\theta$ avec θ est un nombre réel, montrer que :$1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$. .

0.5 pt **b)** Montrer que $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$. (on rappelle que $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$)

c) Montrer que $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ est une forme trigonométrique du nombre a puis

0.5 pt montrer que $a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$.

II- On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$,et les deux points Ω et A d'affixes respectives ω et a tels que : $\omega = \sqrt{2}$ et $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

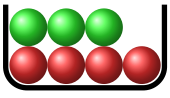
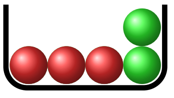
0.5 pt **1 -** Montrer que l'affixe b du point B l'image du point A par la rotation R est $2i$.

0.5 pt **2 -** Déterminer l'ensemble de points M d'affixe z tel que $|z - 2i| = 2$.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne U_1 contient 7 boules : quatre boules rouges et trois boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).

Une autre urne U_2 contient 5 boules : trois boules rouges et deux boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).

L'urne U_1  L'urne U_2 

I) On considère l'épreuve suivante : On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne U_1.
Soit l'événement A :"On tire une seule boule rouge et deux vertes"
et l'événement B :" On tire trois boules de même couleur".

2 pt Montrer que $p(A) = \dfrac{12}{35}$ et $p(B) = \dfrac{1}{7}$.

II) On considère l'épreuve suivante : On tire simultanément et au hasard deux boules de U_1 puis on tire au hasard une seule boule de U_2 .
Soit l'événement C : "On tire trois boules rouges".

1 pt Montrer que $p(C) = \dfrac{6}{35}$.

Problème : (11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x telle que : $f(x) = \dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.
Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (unité 2 cm). **I)**

0,5 pt **1 -** Montrer que $D_f =]\,0, e[\cup]e, +\infty\,[$ (D_f est l'ensemble de définition de la fonction f).

0,75 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x\to e}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x<e}} f(x)$ puis interpréter géométriquement les deux résultats obtenus.

0,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et en déduire que la courbe (C_f) admet une asymptote au voisinage de $+\infty$ que l'on déterminera.

0,5 pt **c)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ puis donner une interprétation géométrique à ce résultat (pour calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$; remarquer que $x(1-\ln x) = x - x\ln x$).

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ pour tout x de D_f.

1 pt **b)** Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle] 0,1] et croissante sur chacun des deux intervalles $[1, e[$ et $]e, +\infty[$.

0,25 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur D_f.

II)

Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - x^2(1-\ln x)$
et soit (C_g) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé (voir la figure).

0,5 pt **1 - a)** Déterminer graphiquement le nombre de solutions (s) de l'équation (E) suivante : $g(x) = 0, x \in]0, +\infty[$.

0,5 pt **b)** Montrer que l'équation (E) admet une solution α telle que : $2,2 < \alpha < 2,3$.

0,25 pt **2 - a)** Vérifier que $f(x) - x = \dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ pour tout x de D_f.

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ coupe la courbe (C_f) aux deux points d'abscisses 1 et α.

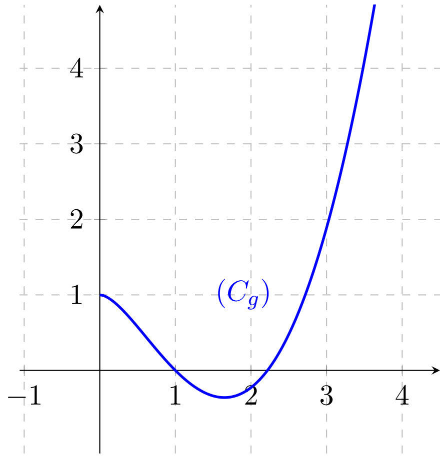
0,5 pt **c)** Déterminer, à partir de (C_g), le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1, \alpha]$ et montrer que $f(x) - x \leq 0$ pour tout x de $[1, \alpha]$.

1,25 pt **3 -** Tracer, dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (Δ) et la courbe (C_f).

4 - a) Montrer que $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)}dx = \ln 2$.

0,75 pt (remarquer que : $\dfrac{1}{x(1-\ln x)} = \dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ pour tout x de D_f)

0,75 pt **b)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f), la droite (Δ), et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = \sqrt{e}$.



On donne le tableau de valeurs suivant :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	0,12	0,28

III) On considère la suite numérique (u_n) définie par :
$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq \alpha$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question **II)2. c))**..

0,75 pt **3 -** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentale

Session : Normal-2 juin 2015

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentale**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
- Problème : **Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques** .... **11 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, le plan (P) d'équation $x+y+z+4=0$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1;-1;-1)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

0.75 pt **1 - a)** Calculer le distance $d(\Omega,(P))$ et en déduire que le plan (P) est tangente à la sphère (S).

0.5 pt **b)** Vérifier que le point $H(0;-2;-2)$ est le point de contact du plan (P) et la sphère (S).

2 - On considère les deux points $A(2;1;1)$ et $B(1;0;1)$.

0.75 pt **a)** Vérifier que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ et en déduire que $x-y-z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

0.5 pt **b)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω est orthogonale au plan (OAB).

0.5 pt **c)** Déterminer les coordonnées de chacun des deux points d'intersection de le droite (Δ) et de la sphère (S).

Exercice 2 : (3 points)

0.75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2+10z+26=0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$, les points A, B, C et Ω d'affixes respectifs a, b, c et ω tels que :

$$a=-2+2i,\ \ b=-5+i,\ \ c=-5-i \text{ et } \omega=-3$$

0.5 pt **a)** Montrer que : $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i$.

0.5 pt **b)** En déduire la nature du triangle ΩAB.

3 - Soit le point D image du point C par la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6+4i$.

0.5 pt **a)** Montrer que l'affixe d du point D est $1+3i$.

0.75 pt **b)** Montrer que : $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ et en déduire que le point A est le milieu du segment $[BD]$.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient huit boules : 3 boules rouges, 3 boules verts et deux boules blanches (les boules son indiscernables au toucher).

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1.5 pt **1 -** On considère l'événement A suivant : "tirer une boule blanche au moins".
et l'événement B suivant : "tirer deux boules de même couleur".
Montrer que : $p(A)=\dfrac{13}{28}$ et $p(B)=\dfrac{1}{4}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui égale au nombre de boules blanches tirées.

0.5 pt **a)** Montrer que $p(X=2)=\dfrac{1}{28}$.

1 pt **b)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

Problème : (11 points)

Partie 1

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=e^x-2x$.

0.75 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que g est décroissante sur $]-\infty,\ln 2]$ et croissante sur $[\ln 2,+\infty[$.

0.5 pt **2 -** Vérifier que $g(\ln 2)=2(1-\ln 2)$ puis déterminer le signe de $g(\ln 2)$.

0.5 pt **3 -** En déduire que $g(x)>0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie 2

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{e^x-2x}$. et soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$).

1 pt **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\dfrac{1}{2}$.

(remarquer que $e^x-2x=x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$)

0.5 pt **b)** Interpréter géométriquement chacun des deux derniers résultats.

0.75 pt **2 - a)** Montrer que $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^x}{(e^x-2x)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.75 pt **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0.25 pt **c)** Montrer que $y=x$ est une équation de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O origine du repère.

1 pt **3 -** Tracer, dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C).

(on prendra $\dfrac{1}{e-2}\approx 1,4$ et on admettra que la courbe (C) a deux points d'inflexion l'abscisse de l'un appartient à l'intervalle $]0,1[$ et l'abscisse de l'autre est supérieur à $\dfrac{3}{2}$).

0.75 pt **4 - a)** Montrer que $xe^{-x}\leq\dfrac{x}{e^x-2x}\leq\dfrac{1}{e-2}$ pour tout x de l'intervalle $[0,+\infty[$.

0.75 pt **b)** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x}dx=1-\frac{2}{e}$.

0.5 pt **c)** Soit, en cm^2, $A(E)$ l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x=0$ et $x=1$. Montrer que : $1-\dfrac{2}{e}\leq A(E)\leq\dfrac{1}{e-2}$.

Partie 3

Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $]-\infty;0]$:

$$h(x) = f(x)$$

0.5 pt **1 -** Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

0.5 pt **2 -** Tracer, dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe $(C_{h^{-1}})$ représentative de la fonction h^{-1}.

Partie 4

Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = -2 \text{ et } u_{n+1} = h\left(u_n\right) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0.5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $u_n \leq 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) est croissante.
(remarquer, graphiquement, que : $h(x) \geq x$ pour tout x de l'intervalle $]-\infty, 0]$).

0.75 pt **3 -** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentale

Session : Rattrapage juillet 2015

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentale**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Etude d'une fonction numérique, calcul intégral** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 4 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3 \quad \text{pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0.5 pt **1 -** Montrer par récurence que $u_n < 5$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **2 -** Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire que la suite (u_n) est croissante.

0.25 pt **3 -** En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4 - Soit (v_n) la suite numérique telle que $v_n = 5 - u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$ et exprimer v_n en fonction de n.

0.75 pt **b)** En déduire que $u_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$,le plan (P) d'équation $2x - z - 2 = 0$ et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$.

1 pt **1 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(-1, 0, 1)$ et son rayon est 3.

0.5 pt **2 - a)** Calculer la distance du point Ω au plan (P).

0.5 pt **b)** En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ).

Montrer que le rayon du cercle (Γ) est 2 et détermier les coordonnées du point H centre du cercle (Γ).

1 pt **3 -** Montrer que le rayon du cercle (Γ) est 2 et détermier les coordonnées du point H centre du cercle (Γ).

Exercice 3 : (3 pts)

0.75 pt **1 - a)** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 32 = 0$.

0.75 pt **b)** On considère le nombre complexe a tel que $a = 4 + 4i$.

Ecrire le nombre complexe a sous sa forme trigonométrique puis en déduire que a^{12} est un nombre réel négatif.

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(\text{O}, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que :

$a = 4 + 4i$, $b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$.

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

0.5 pt a) Montrer que : $z^{'} = iz + 7 + i$.

0.5 pt b) Vérifier que d l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $3 + 5i$.

0.5 pt c) Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC).

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient 5 jetons : deux jetons blancs , deux verts et un rouge (les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard successivement et avec remise trois jetons de l'urne .

1 pt **1 -** Soit l'événement A : "les trois jetons tirés sont de même couleur ".
Montrer que $p(A) = \dfrac{17}{125}$.

2 pt **2 -** Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de jeton(s) blanc(s) tirés.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 : (8 pts)

partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - x + x\ln x$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que $g^{'}(x) = \ln x$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

0,5 pt **b)** Montrer que la fonction g est décroissante sur $]0; 1]$ et croisssante sur $[1; +\infty[$.

0,75 pt **2 -** Calculer $g(1)$ et en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2\ln x}{x}$$

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité 1cm).

0,75 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.
(pour calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$; remarque que $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1 - 2x\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$).

0,75 pt **2 -** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ et en déduire la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de$+\infty$

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $f^{'}(x) = \dfrac{2g(x)}{x^3}$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

0,25 pt **b)** Interpréter géométriquement le résultat $f^{'}(1) = 0$.

0,5 pt **c)** Montrer que la fonction f est croissante sur $]0; +\infty[$.

0,75 pt **4 -** Tracer, dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe (C).
(On admettra que la courbe (C) possède deux point d'inflexion tels que 1 est l'abscisse de l'un de ces deux points et l'abscisse de l'autre est comprise entre 2 et $2,5$ et on prendra $f(0,3) = 0$)

0,5 pt **5 - a)** Montrer que : $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{2\ln x}{x}dx = 1.$

0,75 pt **b)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.

6 - Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x) = 3 - \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{\ln(x^2)}{|x|}$.

0,75 pt **a)** Montrer que la fonction h est paire et que $h(x) = f(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

0,5 pt **b)** Tracer, dans le même repère $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe (C') représentant la fonction h.

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juillet 2014

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

l'éprouve est composée de 5 exercices

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'éspace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Suites numérique** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcule des probabilités** .... **3 points**
— Problème : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé directe $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ les points $A(0,3,1)$, $B(-1,3,0)$ et $C(0,5,0)$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2+y^2+z^2-4x-5=0$$

1 - a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ et en déduire que les point A , B, et C ne sont pas alignés. **0,75 pt**

b) Montrer que $2x-y-2z+5=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) **0,5 pt**

2 - a) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(2,0,0)$ et son rayon est 3. **0,5 pt**

b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) **0,75 pt**

c) Déterminer le triplet de coordonnées de H point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) **0,5 pt**

Exercice 2 : (3 pts)

1 - Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe $\mathbb{C}$, l'équation : **0,75 pt**

$$z^2-z\sqrt{2}+2=0$$

2 - On considère le nombre complexe : $u=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$.

a) Montrer que le module de u et $\sqrt{2}$ et que $argu\equiv\frac{\pi}{3}\,[2\pi]$ **0,5 pt**

b) En utilisant la forme trigonométrique du nombre u, montrer que u^6 est un nombre réel. **0,75 pt**

3 - On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ les deux points A et B d'ffixes respectives a et b tel que : $a=4-4\sqrt{3}i$ et $b=8$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'afffixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Exprimer z' en fonction de z **0,5 pt**

b) Vérifier que B est l'image de A par la rotation R et en déduire que le tringle OAB est équilatéral. **0,5 pt**

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la suite (U_n) numérique définie par :

$$U_0=13 \quad \text{et} \quad U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+7 \quad \text{pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

1 - Montrer par récurrence que $U_n<14$ pour tout n de $\mathbb{N}$. **0,75 pt**

2 - Soit (V_n) la suite numérique telle que $V_n=14-U_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et exprimer V_n en fonction de n **1 pt**

0,75 pt **b)** En déduire que $U_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite U_n

0,5 pt **c)** Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n > 13.99$.

Exercice 4 : (3 pts)

Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher portants les nombres :

0,0,0,0,0,1,1,1,1

1 - On tire au hasard, simultanément, deux jetons du sac.

Soit A l'évenment : " La somme des nombres portés par les deux jetons tirés est égale à 1"

1 pt Montrer que $p(A) = \frac{5}{9}$.

2 - On considère le jeu suivant : Saïd tire au hasard, simultanément, deux jetons du sac et il est considéré gagnant s'il tire deux jetons portant chacun le nombre 1

1 pt **a)** Montrer que la probabilité pour que Saïd gagne est $\frac{1}{6}$

b) Saïd a joué le jeu précédent trois fois (Saïd remet à chaque fois les deux jetons tirés dans le sac)

1 pt Quelle est la probabilité pour que Saïd gagne exactement deux fois.

Problème : (8 pts)

Partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

1 - Montrer que : $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ pour tout x de $]0;+\infty[$ et en déduire que la fonction g et
0,5 pt croissante sur $]0;+\infty[$

2 - Vérifier que $g(1) = 0$ puis en déduire que $g(x) \leqslant 0$ pour tout x de $]0;1]$ et que $g(x) \geqslant 0$ pour
0,75 pt tout x de $[1;+\infty[$

Partie II : On considéré la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$$

et soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$(unité $1cm$)

0,5 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et donner une représentation géométrique de ce résultat.

0,25 pt **2 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(1+\ln x)^2}{x} = 0$ (*on pourra poser* $t = \sqrt{x}$) puis montrer que
1 pt $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

0,25 pt **c)** Déterminer la branche infinie de $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$

3 - a) Montrer que $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$ puis en déduire que la fonction f est
1,5 pt décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ puis en déduire
1 pt que $f(x) \geqslant 2$ pour tout $x \in]0;+\infty[$

4 - Construire $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$(on admettra que la courbe $(\mathcal{C})$ possède un seul point
0.75 pt d'inflexion que l'on ne demande pas de déterminer).

5 - On considère le deux intégrales I et J suivantes :

$$I = \int_1^e (1+\ln x)\,dx \text{ et } J = \int_1^e (1+\ln x)^2\,dx$$

a) Montrer que $H : x \longrightarrow x\ln x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \longrightarrow 1+\ln x$
0,5 pt sur $]0;+\infty[$ puis en déduire que $I = e$

0,5 pt **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par partie, que : $J = 2e - 1$

0,5 pt **c)** Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$ l'axe des abscisses etles droites d'équations $x = 1$ et $x = e$

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2014

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

l'éprouve est composée de quatre exercices indépendantes entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'éspace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Suites numérique** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcule des probabilités** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 5 : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** ...... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, le point $A(0,0,1)$; le plan (P) d'équation $2x+y-2z-7=0$ et la sphère (S) de centre $\Omega(0,3,-2)$ et de rayon 3 .

1 - a) Montrer que $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite

0,5 pt (Δ) passant par le point A et perpendiculaire au plan (P).

0,5 pt **b)** Vérifier que $H(2,1,-1)$ est le point d'intersection du plan (P) et la droite (Δ).

0,75 pt **2 - a)** Montrer que $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}=3(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})$ où $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$.

0,5 pt **b)** Montrer que la distance du point Ω à la droite (Δ) est égale à 3.

c) En déduire que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) et vérifier que H est le point

0,75 pt de contact de la droite (Δ) et la sphère (S).

Exercice 2 : (3 pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in N^*}$ définie par :

$$u_1=5 \text{ et } u_{n+1}=\frac{5u_n-4}{1+u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

0,75 pt **1 -** Montrer par récurrence que $u_n>2$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

2 - On considère la suite numérique $(v_n)_{n\in N^*}$ définie par : $v_n=\dfrac{3}{u_n-2}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

a) Montrer que $v_{n+1}=\dfrac{1+u_n}{u_n-2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est

1 pt arithmétique de raison 1.

0,75 pt **b)** Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que : $u_n=2+\dfrac{3}{n}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

0,5 pt **c)** Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

Exercice 3 : (3 pts)

Pour déterminer les deux questions d'un examen oral dans un concours de recrutement, le candidat tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes d'une urne contenant 10 cartes : huit cartes concernant les mathématiques et deux cartes concernant la langue française
(on suppose que les cartes sont indiscernables au toucher).

1 - On considère l'événement A :" Tirer deux cartes concernant la langue française "
et l'événement B :"Tirer deux cartes concernant deux matières différentes ".

1,5 pt Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{45}$ et que $p(B)=\dfrac{16}{45}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de cartes tirées concernant la langue française.

0,25 pt **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : $0,1$ et 2.

1,25 pt **b)** Montrer que $p(X=0)=\dfrac{28}{45}$ puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 4 : (3 pts)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$.

2 - On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives :

$$a = 2 + i, b = 2 - i, c = i, d = -i \text{ et } \omega = 1.$$

0,25 pt **a)** Montrer que : $\dfrac{a - \omega}{b - \omega} = i$.

0,5 pt **b)** En déduire que le triangle ΩAB est rectangle et isocèle en Ω.

3 - Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

0,5 pt **a)** Montrer que : $z' = iz + 1 - i$.

0,5 pt **b)** Vérifier que : $R(A) = C$ et $R(D) = B$.

0,5 pt **c)** Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au même cercle dont on déterminera le centre.

Exercice 5 : (8 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (xe^x - 1)\, e^x$$

. et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 2 cm).

0,75 pt **1 -** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

0,75 pt **2 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

0.5 pt **b)** En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

3 - a) Montrer que :

$$f'(x) = e^x\,(e^x - 1 + 2xe^x)$$

1 pt pour tout x de $\mathbb{R}$ puis vérifier que $f'(0) = 0$.

0,5 pt **b)** Montrer que $e^x - 1 \geq 0$ pour tout x de $[0, +\infty[$ et que $e^x - 1 \leq 0$ pour tout x de $]-\infty, 0]$.

1,25 pt **c)** Montrer que la fonction f est croissante sur $[0, +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur $]-\infty, 0]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0,75 pt **4 - a)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0, +\infty[$ et que $\dfrac{1}{2} < \alpha < 1$. (on admettra que $\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} < 1$)

0,75 pt **b)** Construire, dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la droite la courbe (C), (on admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer).

5 - Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

0,75 pt
$$\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x}dx = \frac{1}{4}$$

1 pt **6 -** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$.

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2013

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 points)

On considère dans le l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, les points $A(-1,1,0)$, $B(1,0,1)$ et $\Omega(1,1,-1)$ et la sphère (S) de centre Ω et de rayon 3.

1 **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ et vérifier que $x+y-z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

1 **b)** Vérifier que $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ puis montrer que le plan (OAB) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{6}$

2 - Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (OAB).

0,5 **a)** Démontrer que $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \qquad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-1-t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).

0,5 **b)** Déterminer le triplet de coordonnées du centre du cercle (Γ).

Exercice 2 : (3 pts)

On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A , B et C d'affixes respectives a , b et c tel que :

$$a=7+2i\ ,\ b=4+8i \text{ et } c=-2+5i$$

0,75 **1 - a)** Vérifier que : $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ et montrer que : $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$.

1 **b)** En déduire que : $AC=AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

2 - Soit R la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

0,75 **a)** Montrer que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est : $d=10+11i$.

0,5 **b)** Calculer $\dfrac{d-c}{b-c}$ et en déduire que les points B , C et D sont alignés.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges, trois boules vertes et deux boules blanches.
On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1,5 **1 -** Soient les deux événements suivants :

A :" Tirer deux boules rouges et deux boules vertes"

B :"Aucune boule blanche parmi les quatre boules tirées"

Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{7}$ et que $p(B)=\dfrac{1}{3}$

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches tirées.

0,25 **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1 et 2.

1,25 **b)** Montrer que $p(X=1)=\dfrac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 4 : (3 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par :

$$u_1 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{25}{10-u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*$$

1 **1 -** Vérifier que : $5-u_{n+1} = \dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ et montrer par récurrence que $5-u_n>0$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

2 - On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$$v_n = \frac{5}{5-u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

0,75 **a)** Montrer que : $v_{n+1} = \dfrac{10-u_n}{5-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ et vérifier que

$$v_{n+1}-v_n = 1 \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*$$

1 **b)** Montrer que : $v_n = n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ et en déduire que

$$u_n = 5-\frac{5}{n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

0,25 **c)** Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 5 : (8 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x-2)^2e^x$.
et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$)

0,25 **1 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0,5 **b)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ puis en déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

0,25 **2 - a)** Vérifier que : $f(x) = x^2e^x - 4xe^x + 4e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ et interpréter ce résultat.

(on rappelle que : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^ne^x = 0$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$)

0,75 **3 - a)** Montrer que : $f'(x) = x(x-2)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

1 **b)** Montrer que la fonction f est croissante sur chacun des deux intervalles $]-\infty,0]$ et $[2,+\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[0,2]$.

0,5 **c)** Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

1 **4 - a)** Montrer que : $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que la courbe (C) possède deux points d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer leurs ordonnées.

1 **b)** Construire (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.5 **5 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis calculer $\int_0^1 xe^x dx$.

0.75 **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$

0.5 **c)** Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ est égale à $5(e-2)cm^2$.

0.5 **d)** Utiliser la courbe pour donner le nombre de solution de l'équation :

$$x^2 = e^{-x} + 4x - 4 \ , \ x \in \mathbb{R}$$

$\boxed{\text{FIN}}$

R O Y A U M E   D U   M A R O C

Baccalauréat Sciences expérimentales

Session : rattrapage juillet 2013

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

✓ Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Suite numériques** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** ...... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans L'espace rapporté d un repère orthonormé direct $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$. les points $A(0,0,1), B(1,1,1)$ et $C(2,1,2)$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1,-1,0)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

1 - Montrer que $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ est une équation cartésienne de la sphère et verifier que le point A appartient à la sphère (S). **0,75 pt**

2 - a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ et en déduire que $x-y-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC). **0,75 pt**

b) Calculer $d(\Omega,(ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent a la sphère (S) en A. **0,75 pt**

3 - Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

a) Démontrer que $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) . **0,25 pt**

b) En déduire les coordonnées des deux points d'intersections de la droite (Δ) et la sphère (S) **0,5 pt**

Exercice 2 : (3 pts)

1 - Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes C, l'équation : **0,75 pt**

$$z^2-8z+25=0.$$

2 - On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A,B et C d'affixes respectives a,b et c tels que :

$$a=4+3i, b=4-3i\ et\ c=10+3i$$

et la translation T de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

a) Montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation T est $d=10+9i$. **0,75 pt**

b) Vérifier que $\dfrac{b-a}{d-a}=-\dfrac{1}{2}(1+i)$ puis écrire le nombre complexe $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ sous une forme trigonométrique **1 pt**

c) Montrer que : $\overline{(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})}=\dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$. **0,5 pt**

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{5}u_n+\dfrac{4}{5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

1 - Vérifier que : $u_{n+1}-1=\dfrac{1}{5}(u_n-1)$ pour tout n de $\mathbb{N}$. **0,5 pt**

2 - a) Montrer par récurrence que $u_n>1$ pour tout n de $\mathbb{N}$. **0,5 pt**

0,5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0,25 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3 - Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n$-1 pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et exprimer v_n en fonction de n

0,75 pt **b)** En déduire que $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 : (3 pts)

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher : *quatre* jetons blancs, *trois* jetons noirs et *deux* jetons verts

On tire au hasard, simultanément, *trois* jetons du sac

1 - Soient les deux événements suivants

A : " Tirer trois jetons de même couleur "

B : " Tirer trois jetons de couleurs différentes deux à deux "

1 pt Montrer que $p(A) = \frac{5}{84}$ et que $p(B) = \frac{2}{7}$

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de jetons noirs tirés.

0.25 pt **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2 et 3.

1 pt **b)** Montrer que $p(X = 2) = \frac{3}{14}$ et $p(X = 1) = \frac{15}{28}$

0.75 pt **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 : (8 pts)

Partie I : On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - x - \ln x$

0.25 pt **1 - a)** Vérifier que $2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

1 pt **b)** Montrer que $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$ et en déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0{,}1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$.

0.5 pt **2 -** Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$. (remarquer que $g(1) = 0$).

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2.$$

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$(unité 1 cm).

0.5 pt **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = -\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

0.5 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

(remarquer que $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right)$).

0.25 pt **c)** En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

1pt **2 - a)** Montrer que : $f'(x) = 2\left(\dfrac{x^2 - \ln x}{x}\right)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

0.75 pt **b)** Vérifier que $\dfrac{g(x)}{x} + 1 = \dfrac{x^2 - \ln x}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$ et en déduire que la fonction f est croissante sur $]0, +\infty[$.

0.5 pt **3 - a)** Montrer que $y = 2x - 2$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point $A(1, 0)$.

0.75 pt **b)** Construire, dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C). (on admettra que A est le seul point d'inflexion de la courbe (C))

0.75 pt **4 - a)** Vérifier que $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$ puis montrer que : $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln x \mathrm{d}x = 1$.

0.5 pt **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (\ln x)^2 \mathrm{d}x = \mathrm{e} - 2$

0.5 pt **c)** Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$ est égale *à* $\dfrac{1}{3}\left(\mathrm{e}^3 - 6\mathrm{e} + 8\right) \mathrm{cm}^2$

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences & Technologies

Session : Normal juin 2012

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences & Technologies**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans le l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, les points $A(1,1,-1)$, $B(0,1,-2)$, $C(3,2,1)$ et la sphère (S) ayant l'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

0.5 pt **1 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1,0,1)$ et que son rayon est $\sqrt{3}$

0.75 pt **2 - a)** Montrer que : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{k}$ puis vérifier que $x-z-2=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

1 pt **b)** Vérifier que : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ puis en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon 1

3 - Soit (Δ) la droite qui passe par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

0.25 pt **a)** Montrer que : $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \qquad (t\in\mathbb{R}) \\ z=1-t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0.25 pt **b)** Montrer que le triplet de coordonnées du point H qui point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est $(2,0,0)$

0.25 pt **c)** En déduire le centre du cercle (Γ)

Exercice 2 : (3 pts)

0.75 pt **1 -** Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2-12z+61=0$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{i};\vec{j})$, les A, B ,et C d'affixes respectives $a=6-5i$, $b=4-2i$,et $c=2+i$

0.5 pt **a)** Calculer $\dfrac{a-c}{b-c}$ puis déduire que les points A, C et D sont alignés

0.5 pt **b)** On considère la translation T de vecteur $\vec{u}$ tel que l'affixe de $\vec{u}$ est $1+5i$
Vérifier que l'affixe du point D image du point C par la translation T est $d=3+6i$

0.75 pt **c)** Montrer que : $\dfrac{d-c}{b-c}=-1+i$ et que $\dfrac{3\pi}{4}$ est l'argument du nombre complexe $-1+i$

0.5 pt **d)** Déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}}\right)$

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher : une boule portant le nombre 0, cinq boules portant chacune le nombre 1 et deux boules portant chacune le nombre 2
On tire au hasard, et simultanément, trois boules de l'urne

1 pt **1 -** Soit A l'événement : " Les trois boules tirées portent des nombres différents deux à deux ".
Montrer que : $P(A)=\dfrac{5}{28}$

1 pt **2 -** Soit B l'événement : " La somme des nombres portés par les boules tirées est égale à 5 ".
Montrer que : $P(B)=\dfrac{5}{56}$

1 pt **3 -** Soit C l'événement : "La somme des nombres portés par les boules tirées est égale à 4 ".
Montrer que : $P(C) = \dfrac{3}{8}$

Exercice 4 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :$u_0 = 11$ et $u_{n+1} = \dfrac{10}{11}u_n + \dfrac{12}{11}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.25 pt **1 -** Vérifier que : $u_{n+1} - 12 = \dfrac{10}{11}(u_n - 12)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **2 - a)** Montrer, par récurrence, que : $u_n < 12$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est croissante

0.25 pt **c)** Déduire que la suite (u_n) est convergente

3 - Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 12$ pour tout n de $\mathbb{N}$:

0.75 pt **a)** On utilisant la question **1)**, montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{10}{11}$, puis écrire v_n en fonction de n

0.75 pt **b)** Montrer que : $u_n = 12 - \left(\dfrac{10}{11}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et calculer la limite du suite (u_n)

Exercice 5 : (8 pts)

<u>Partie I :</u> Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

0.75 pt **1 -** Montrer que : $x^2 - 1$ et $2x^2 \ln x$ ont le même signe sur l'intervalle $]0;1[$ puis déduire que $g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0;1]$

0.75 pt **2 -** Montrer que $x^2 - 1$ et $2x^2 \ln x$ ont le même signe sur l'intervalle $]1;+\infty[$ puis déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1;+\infty[$

<u>Partie II :</u> On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = (x^2 - 1)\ln x$
Et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$(unité : **3cm**)

0.5 pt **1 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement

1 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ (On pourra écrire $\dfrac{f(x)}{x}$ sous la forme $\left(\dfrac{x^2-1}{x}\right)\ln x$)
et en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction

1.25 pt **2 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$ et interpréter géométriquement le résultat $f'(1) = 0$

0.5 pt **b)** Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]0;1]$ et croissante sur l'intervalle $[1;+\infty[$

0.5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ puis montrer que $f(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$

1 pt **3 -** Construire la courbe (C) dans le repère $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

0.5 pt **4 - a)** Montrer que $u : x \mapsto \dfrac{x^3}{3} - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto x^2 - 1$ sur $\mathbb{R}$

1 pt **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par partie, que : $\displaystyle\int_1^2 (x^2-1)\ln x\mathrm{d}x = \frac{2}{9}(1+3\ln 2)$

0.25 pt **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe du abscisse et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

$$\boxed{\text{FIN}}$$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Éxpérimentales

Session : Rattrapage juillet 2012

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

- L'utilisation de la calculatrice programmable n'est pas autorisé ;

- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

- Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** ..... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points $A(-3,0,0)$, $B(0,0,-3)$ et $C(0,2,-2)$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1,1,1)$ et de rayon 3.

1.25 pt **1 - a)** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ puis en déduire que $2x - y + 2z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

0.75 pt **b)** Calculer $d(\Omega,(ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

2 - Soit (D) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

0.5 pt **a)** Montrer que $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite (D).

0.5 pt **b)** Démontrer que le triplet de coordonnées de H point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) est $(-1,2,-1)$.

Exercice 2 : (3 pts)

On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2 - i, b = 6 - 7i$ et $c = 8 + 3i$.

0.75 pt **1 - a)** Montrer que : $\dfrac{c-a}{b-a} = i$.

0.75 pt **b)** En déduire que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

2 - Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω milieu du segment $[BC]$ et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

0.5 pt **a)** Vérifier que l'affixe du point Ω est $\omega = 7 - 2i$.

0.75 pt **b)** Montrer que $z' = -iz + 9 + 5i$.

0.25 pt **c)** Montrer que le point C est l'image du point A par la rotation R.

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n + 3}{3u_n + 4}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $\dot{u}_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2 - On pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **a)** Vérifier que $1 - v_n = \dfrac{2}{u_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})\ 1 - v_n > 0$.

0.5 pt **b)** Montrer que $u_n = \dfrac{1 + v_n}{1 - v_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1 pt **3 - a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{7}$ et exprimer v_n en fonction de n.

0.5 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ et en déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 : (3 pts)

Une urne contient cinq boules rouges, quatre boules blanches et trois boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

1 pt **1 -** Montrer que la probabilité de tirer trois boules rouges est $\frac{1}{22}$.

1 pt **2 -** Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\frac{3}{44}$.

1 pt **3 -** Montrer que la probabilité de tirer une boule rouge au moins est $\frac{37}{44}$.

Problème : (8 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

Et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.75 pt **1 -** Montrer que $f(-x) = -f(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire que le point O est centre de symétrie de la courbe (C).

0.5 pt **2 -** Vérifier que $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

(il est préférable d'utiliser cette expression de $f(x)$ pour traiter les questions qui suivent)

1.25 pt **3 - a)** Montrer que $f\,'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et vérifier que $f'(0) = \frac{3}{2}$.

0.5 pt **b)** Montrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

0.5 pt **c)** Montrer que $y = \frac{3}{2}x$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O.

0.5 pt **4 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

0.5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x + 1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0.25 pt **c)** Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (D).

1.5 pt **5 -** Construire les deux droites (D) et (T) et la courbe (C).

(on rappelle que O est centre de symétrie de la courbe (C))

0.75 pt **6 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$ est une fonction primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$ sur $\mathbb{R}$.

0.5 pt **b)** En déduire que : $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} \ln(x)\, dx = \ln 4 - \ln 3$.

0.5 pt **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2011

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences et technologies**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Équations et inéquations** .... **2.5 points**
— Exercice 2 : **suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Nombres complexes** .... **5 points**
— Exercice 4 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **9.5 points**

Exercice 1 : (2.5 pts)

0,5 pt **1 - a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+4x-5=0$.

1 pt **b)** Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'équation : $\ln\left(x^2+5\right)=\ln(x+2)+\ln(2x)$

1 pt **2 -** Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'inéquation : $\ln x+\ln(x+1)\geq\ln\left(x^2+1\right)$

Exercice 2 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 pt **1 -** Montrer par récurrence que $u_n>0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2 - On pose : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1,5 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 5 puis exprimer v_n en fonction de n.

1 pt **b)** Montrer que $u_n=\dfrac{1}{3\times5^n-2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3 : (5 pts)

1 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ I'équation :

$$z^2-18z+82=0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A,B et C d'affixes respectives :

$$a=9+i \quad , \quad b=9-i \quad \text{et} \quad c=11-i.$$

1 pt **a)** Montrer que $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$ puis en déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B.

0,5 pt **b)** Donner une forme trigonométrique du nombre complexe $4(1-i)$.

1 pt **c)** Montrer que : $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ puis en déduire que : $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

1,5 pt **d)** Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre B et d'angle $\dfrac{3\pi}{2}$.

Montrer que : $z'=-iz+10+8i$ puis vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $9-3i$.

Exercice 4 : (9.5 pts)

Partie A : On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1-x)e^x - 1$.

0, pt **1 - a)** Montrer que : $g'(x) = -xe^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

b) Montrer que la fonction g est décroissante sur $[0; +\infty[$ et croissante sur $]-\infty; 0]$ et vérifier

0,75 pt que $g(0) = 0$

0,5 pt **2 -** En déduire que : $g(x) \leq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2-x)e^x - x$. et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1 cm).

0,5 pt **1 - a)** Montrer que : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

b) Montrer que : $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis en déduire que la courbe (C) admet une branche

0,75 pt parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction.

0,75 pt **2 - a)** Montrer que : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ puis calculer $\lim_{x \to -\infty} [f(x) + x]$.

(on rappelle que : $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$).

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x$ est une asymptote à la courbe (C) au

0,25 pt voisinage de $-\infty$.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,25 pt **b)** Interpréter géométriquement le résultat : $f'(0) = 0$

c) Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de

0,5 pt variations de la fonction f.

4 - Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (on

0,5 pt admettra que $e^{\frac{3}{2}} > 3$).

5 - a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) + x = 0$ et en déduire que (C) et (D) se coupent au

0,5 pt point $A(2; -2)$.

0,25 pt **b)** Étudier le signe de $f(x) + x$ sur $\mathbb{R}$.

0,25 pt **c)** En déduire que (C) est au-dessus de (D) sur $]-\infty; 2[$ et en-dessous de (D) sur $]2; +\infty[$.

0,5 pt **6 - a)** Montrer que la courbe (C) possède un point d'inflexion unique de coordonnées $(0; 2)$.

1 pt **b)** Construire la droite (D) et la courbe (C) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 pt **7 - a)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_{-1}^{0} (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}.$$

b) En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et les

0,25 pt droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences & Technologies

Session : Rattrapage juin 2011

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences & Technologies**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 4 exercices :

— Exercice 1 : **Équations et inéquations** .... **2.5 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **4 points**
— Exercice 3 : **Suites numériques** .... **3.5 points**
— Exercice 4 : **Étude d'une fonction numérique et calcul intégral** ..... **10 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (2.5 pts)

0.5 pt **1 - a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 pt **b)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x - \dfrac{3}{e^x} - 2 = 0$

1 pt **2 -** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$

Exercice 2 : (3.5 pts)

1 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 18 = 0$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les deux points A et B ayant respectivement les affixes : $a = 3 + 3i$ et $b = 3 - 3i$

0.5 pt **a)** Écrire sous la forme trigonométrique les deux nombres a et b

0.75 pt **b)** Montrer que b' l'affixe du B' l'image de B par translation qui a le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est 6

c) Montrer que : $\dfrac{b - b'}{a - b'} = i$ puis déduire que le triangle $AB'B$ est isocèle et rectangle en B'

1 pt

0.75 pt **d)** Déduire d'après ce qui précède que le quadrilatère $OAB'B$ est un carré

Exercice 3 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{6u_n}{1 + 15u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 pt **1 - a)** Vérifier que pour tout n dans $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{u_n - \dfrac{1}{3}}{15u_n + 1}$

0.5 pt **b)** Montrer par récurrence que pour tout n dans $\mathbb{N}$: $u_n > \dfrac{1}{3}$

2 - On considère la suite numérique (v_n) définie par, pour tout n dans $\mathbb{N}$: $v_n = 1 - \dfrac{1}{3u_n}$

1.5 pt Montrer que : (v_n) est une suite géométrique son raison $\dfrac{1}{6}$ puis écrire v_n en fonction de n

1 pt **3 -** Montrer que pour tout n dans $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{1}{3 - 2\left(\dfrac{1}{6}\right)^n}$ puis déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 4 : (3.5 pts)

I : On considère la fonction numérique g définie sur $I =]0, +\infty[$ par : $g(x) = x - 1 + \ln x$

0.5 pt **1 - a)** Montrer que pour tout $x \in I$: $g'(x) = \dfrac{x + 1}{x}$

0.5 pt **b)** Montrer que la fonction g est croissante sur I

1 pt **2 -** Déduire que : $g(x) \geq 0$ sur $[1, +\infty[$ et que $g(x) \leq 0$ sur $]0, 1]$ (remarquer que $g(1) = 0$)

II : Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \left(\dfrac{x - 1}{x}\right) \ln x$

et Soit (C) la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$(l'unité 1 cm)

0.75 pt **1 - a)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement

1 pt **b)** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ $\Bigg($remarquer que pour tout x de I : $\dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{\ln x}{x}\Bigg)$

0.5 pt **c)** Déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ qu'on détermine sa direction

1 pt **2 - a)** Montrer que pour tout $x \in I$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

0.5 pt **b)** Déduire que f est croissante sur $[1, +\infty[$ et décroissante sur $]0, 1]$

0.25 pt **c)** Donner le tableau de variation de f sur I

1 pt **3 -** Tracer (C)(On admettera que la courbe (C)posssède un seul point d'inflexion d'abscisse compris entre 1.5 et 2)

0.5 pt **4 - a)** Montrer que : $H\ :\ x \longrightarrow \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ est une primitive de $h\ :\ x \longrightarrow \dfrac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle I

b) Montrer que : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx = \frac{1}{2}$

0.75 pt **c)** On utilisant l'intégration par partie, montrer que : $\displaystyle\int_1^e \ln x\,dx = \frac{1}{2}$

1 pt **5 - a)** Vérifier que pour tout $x \in I$: $f(x) = \ln x - \dfrac{\ln x}{x}$

1 pt **b)** Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et l'axe des abscisses et les deux droite d'équations $x = 1$ et $x = e$ est $0.5cm^2$

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences & Technologies

Session : normal juillet 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences & Technologies**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 5 exercices :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Étude d'une fonction numérique et calcul d'intégral** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans le l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, les points $A(-1,0,3)$, $B(3,0,0)$ et $C(7,1,-3)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$

1 - Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i}+4\vec{k}$ et en déduire que $3x+4z-9=0$ est une équation
1 pt cartésienne du plan (ABC)

0.5 pt **2 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(3,1,0)$ et que son rayon est 5

3 - Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

0.5 pt **a)** Démontrer que : $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1 \qquad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de (Δ)

1 pt **b)** Démontrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) aux points $E(6,1,4)$ et $F(0,1,-4)$

Exercice 2 : (3 pts)

1 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-6z+10=0$

2 - On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a=3-i$, $b=3+i$ et $c=7-3i$

Soient z l'affixe d'un point M et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

0.5 pt **a)** Montrer que : $z'=iz+2-4i$

0.25 pt **b)** Vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $c'=5+3i$

c) Montrer que : $\dfrac{c'-b}{c-b}=\dfrac{1}{2}i$ puis en déduire que le triangle BCC' est rectangle en B et
1.25 pt que $BC=2BC'$

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient *cinq* boules blanches, *trois* boules rouges et *deux* boules noires (les boules sont indiscernables au toucher)

On tire, au hasard, et simultamémen, *quatre* boules de l'urne

1 - On considère les deux événement :

A : tirer une seule boule rouge

B : tirer au moins une boule blanche

1 pt Montrer que : $P(A)=\dfrac{1}{2}$ et $P(B)=\dfrac{41}{42}$

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges tirées

0.25 pt **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2, et 3

1 pt **b)** Montrer que $P(X=2)=\dfrac{3}{10}$ et $P(X=0)=\dfrac{1}{6}$

0.75 pt **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Exercice 4 : (3 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = 2 \\ u_{n+1} & = \dfrac{3u_n - 1}{2u_n} \end{cases}$$

0.75 pt **1 -** Montrer, par récurrence, que : $u_n - 1 > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$

2 - On considère la suite numérique (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

1 pt **a)** Montrer que : (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et en déduire que $v_n = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.75 pt **b)** Montrer que : $u_n = \dfrac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ et en déduire que : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

0.5 pt **3 -** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$ sachant que (w_n) est la suite numérique définie par : $w_n = \ln(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

Exercice 5 : (8 pts)

I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 + 4x\mathrm{e}^{2x}$

0.5 pt **1 -** Montrer que : $g' = 4(2x+1)\mathrm{e}^{2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0.5 pt **2 -** Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$ est décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty; -\dfrac{1}{2}\right]$

0.5 pt **3 - a)** Montrer que : $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 1 - \dfrac{2}{\mathrm{e}}$ et vérifier que $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) > 0$

0.25 pt **b)** En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

II) Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{2x} + x + 1$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ $\left(\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 2cm\right)$

1 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ (On rappelle que : $\lim\limits_{u\to-\infty} u\mathrm{e}^u = 0$)

0.75 pt **2 -** Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

0.75 pt **3 - a)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de l'axe des ordonnées

0.5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est un asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$

0.5 pt **c)** Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (Δ) et la courbe (C) puis montrer que la courbe (C) est en-dessous de la droite (Δ) sur l'intervalle $\left]-\infty; \dfrac{1}{2}\right[$ et qu'elle est au-dessus de la droite (Δ) sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$

0.25 pt **4 - a)** Montrer que $y = x$ est une équation de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O

0.25 pt **b)** Montrer que la courbe (C) possède un point d'inflexion d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$ (la détermination de l'ordonnée du point d'inflexion n'est pas demandée)

0.75 pt **5 -** Construire les deux droites (Δ) et (T) et la courbe (C) dans le repère $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1 pt **6 - a)** On utilisant une intégration par partie, montrer que : $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x = 1 - \frac{\mathrm{e}}{2}$

0.5 pt **b)** Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (T) et les deux droites des équations $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$ est $(6 - 2\mathrm{e})cm^2$

FIN

R O Y A U M E D U M A R O C

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Caclcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** ...... **8 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 pts)

On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, les points $A(0,-2,0)$, $B(1,1,-4)$ et $C(0,1,-4)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

0.5 pt **1 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1,2,3)$ et son rayon est 5.

1 pt **2 - a)** Montrer que : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ puis en déduire que $4y+3z+8=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

0.5 pt **b)** Calculer $d(\Omega,(ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

3 - Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

0.5 pt **a)** Démontrer que : $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).

0.25 pt **b)** Démontrer que le triple des coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est $(1,-2,0)$.

0.25 pt **c)** Vérifier que H est le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S).

Exercice 2 : (3 pts)

1 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2-8\sqrt{3}z+64=0$$

2 - On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a=8i$, $b=4\sqrt{3}-4i$ et $c=2\left(4\sqrt{3}+4i\right)$.

Soient z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'ongle $\dfrac{4\pi}{3}$.

0.5 pt **a)** Montrer que $z'=\left(-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.

0.25 pt **b)** Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R.

0.75 pt **c)** Montrer que : $\dfrac{a-b}{c-b}=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ puis écrire le nombre $\dfrac{a-b}{c-b}$ sous forme trigonométrique.

0.5 pt **d)** En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient huit boules portées les nombres suivants :

$$①,①,①,②,②,②,③,③$$

(les boules sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard, successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1 - Soient A et B deux événement tels que :

A : " tirer deux boules portant le nombre 2"

B : "tirer deux boules dont une au moins porte le nombre 3 "

1.25 pt Montrer que $P(A)=\dfrac{3}{28}$ et que $P(B)=\dfrac{13}{28}$.

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules portant un nombre impair.

0.25 pt **a)** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.

0.75 pt **b)** Montrer que : $P(X=1)=\dfrac{15}{28}$.

0.75 pt **c)** Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 4 : (3 pts)

Soit (u_n) une suite numérique définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{21+u_n} \end{cases}$$

0.5 pt **1 -** Montrer que : $u_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **2 -** Montrer que : $u_{n+1} < \dfrac{1}{7}u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt **3 -** Montrer que la suite (u_n) est décroissante et qu'elle est convergente.

0.75 pt **4 - a)** Montrer par récurrence que : $u_n < \left(\dfrac{1}{7}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

0.5 pt **b)** Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 5 : (8 pts)

I) On considère la fonction numérique g définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3.$$

1 - a) Vérifier que :

0.25 pt $$3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2) \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle }]0,+\infty[$$

0.5 pt **b)** Montrer que : $g'(x) = \dfrac{(x-1)\left(3x^2+3x+2\right)}{x}$. pour tout x de l'intervalle $]0,+\infty[$.

0.25 pt **2 - a)** Vérifier que : $\dfrac{3x^2+3x+2}{x} > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0,+\infty[$.

0.5 pt **b)** En déduire que le signe de $g'(x)$ est celui de $x-1$ sur $]0,+\infty[$.

3 - a) Montrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0,1]$ et croissante sur l'in-

0.5 pt tervalle $[1,+\infty[$.

b) En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in]0,+\infty[$

0.5 pt (remarquer que : $g(1) > 0$).

II) On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (On prendra $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 1cm$)

1 pt **1 -** Montrer que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ pour tout $x \in]0, +\infty[$, puis en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

0.5 pt **2 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0.75 pt **b)** Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x - 1 + lnx}{x^2} = 0$ et que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(On rappel que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{lnx}{x^2} = 0$)

0.5 pt **c)** Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0.5 pt **3 -** Montrer que $y = 3(x - 1)$ est une équation de la droite tangente à la courbe (C) au point de coordonnées $(1, 0)$

0.75 pt **4 -** Construire la droite (Δ) et la courbe (C) (on admettra que la courbe (C) possède un point d'inflexion uniquement on ne demande pas de déterminer).

1 pt **5 - a)** En utilisant l'intégration par partie, montrer que

$$\int_1^e \frac{lnx}{x^2}\, dx = 1 - \frac{2}{e} \quad \text{(Poser : } u'(x) = \frac{1}{x^2} \text{ et } v(x) = lnx\text{)}.$$

0.5 pt **b)** Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (Δ) et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$ est égale àn : $\left(1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}\right) cm^2$.

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2009

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Caclcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **Calcul intégral** .... **2 points**
— Problème : **Etude d'une fonction numérique et suites numériques** .. **9 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, les points $A(-2,2,8)$, $B(6,6,0)$, $C(2,-1,0)$ et $D(0,1,-1)$ et (S) l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient $\overrightarrow{MA} \, . \, \overrightarrow{MB} = 0$.

0.75 pt **1 -** Déterminer le triple des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OD}$ et en déduire que $x+2y+2z=0$ est une équation cartésienne du plan (OCD) .

0.5 pt **2 -** Vérifier que (S) est la sphère de centre $\Omega(2,4,4)$ et de rayon 6 .

0.5 pt **3 - a)** Calculer la distance du point Ω au plan (OCD) .

0.5 pt **b)** En déduire que le plan (OCD) est tangent à la sphère (S) .

0.75 pt **c)** Vérifier que : $\overrightarrow{OA} \, . \, \overrightarrow{OB} = 0$ puis en déduire que le point O est le point de contact de la sphère (S) et le plan (OCD) .

Exercice 2 : (3 pts)

On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les A, B et C d'affixes respectives : $a = 2-2i$, $b = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$ et $c = 1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1 pt **1 -** Écrire sous la forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b .

2 - On considère la rotation R de centre le point O et d'ongle $\dfrac{5\pi}{6}$.

0.75 pt **a)** Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R . Montrer que : $z' = bz$.

0.5 pt **b)** Vérifier que le point C est l'image du point A par la rotation R .

0.75 pt **3 -** Montrer que : $\arg c \equiv \arg a + \arg b \; [2\pi]$ puis en déduire un argument du nombre complexe c

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 5 boules rouges (les boules sont indiscernables au toucher)

On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

1 - On considère les deux évènement suivants :

A : Tirer trois boules en même couleurs .

B : Tirer trois boules de couleurs différentes deux à deux

1.5 pt Montrer que : $P(A) = \dfrac{3}{44}$ et $P(B) = \dfrac{3}{11}$

2 - Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de trois boules associe le nombre de couleurs que portent ces boules.

0.25 pt **a)** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X .

1.25 pt **b)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

Exercice 4 : (2 pts)

$$\text{On pose :} \quad J=\int_{-2}^{-1} \ln(2x+6)\,dx \qquad \text{et} \qquad I=\int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3}\,dx$$

0.25 pt **1 - a)** Vérifier que : $\dfrac{x}{x+3}=1-\dfrac{3}{x+3}$ pour tout réel x tel que $x\neq -3$

0.75 pt **b)** Montrer que : $I=1-3\ln 2$.

1 pt **2 -** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $J=-I$.

Problème : (9 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$$

(C) désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

0.75 pt **I-1 -** Vérifier que : $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathbb{R}$ et que :

$$(\forall\ x\in\mathbb{R}) \qquad 1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$$

0.75 pt **2 -** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\ln 4$ et interpréter le résultat géométriquement

1 pt **3 - a)** Montrer que : $f'(x)=\dfrac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et vérifier que $f'(0)=0$.

1 pt **b)** Étudier le signe de $\sqrt{e^x}-1$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $]-\infty,0]$.

0.25 pt **4 - a)** Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)=2x+2\ln\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{e^x}}+\dfrac{2}{e^x}\right)$

0.5 pt **b)** Montrer que la droite (D) d'équation $y=2x$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage $+\infty$.

0.25 pt **5 - a)** Vérifier que : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.5 pt **b)** Étudier le signe de $\sqrt{e^x}-2$ et de $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ sur $\mathbb{R}$.

0.25 pt **c)** En déduire que : $e^x-2\sqrt{e^x}+2\leqslant\sqrt{e^x}$ pour tout $x\in[0,\ln 4]$.

0.5 pt **d)** Montrer que : $f(x)\leqslant x$ pour tout $x\in[0,\ln 4]$.

0.75 pt **6 -** Tracer la courbe (C)

(on admet que la courbe (C) possède deux points d'inflexions dont l'abscisse de l'un est inférieure à -1 et l'abscisse de l'autre supérieure à 2, la détermination de ces deux points n'est pas demandée et on prendra $\ln 4\approx 1.4$) .

II- Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0=1 \text{ et } u_{n+1}=f\left(u_n\right) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}\ .$$

On pourra, ci-après, utiliser les résultats de l'étude de la fonction f .

0.75 pt **1 -** Montrer que : $0 \leq u_n \leq \ln 4$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.75 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) décroissante .

1 pt **3 -** En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite .

$\boxed{\text{FIN}}$

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2009

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte six exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

— Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
— Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
— Exercice 3 : **Caclcul des probabilités** .... **3 points**
— Exercice 4 : **suites numériques** .... **3 points**
— Exercice 5 : **Calcul intégral** .... **2 points**
— Exercice 6 : **Etude d'une fonction numérique** .... **6 points**

Exercice 1 : (3 pts)

Dans le l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le point $A(2,2,-1)$, le plan (P) d'équation : $2x+y+2z-13=0$ et la sphère (S) de centre le point $\Omega(1,0,1)$ et de rayon 3 .

1 - a) Montrer que : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ est une équation cartésienne du sphère (S)
0.75 pt puis vérifier que $A\in(S)$.

b) Calculer la distance du point Ω au plan (P) puis en déduire que le plan (P) est tangent
0.75 pt à la sphère (S).

2 - Soit (D) la droite passant par le point A et perpendiculaire au plan (P) .

a) Montrer que : $\vec{u}(2,1,2)$ est un vecteur directeur de la droite (D) et que : $(6,-6,-3)$ est
0.75 pt le triple de cordonnées du vecteur $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$

0.75 pt **b)** $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$ puis en déduire que la droite (D) est tangente à la sphère (S) en A .

Exercice 2 : (3 pts)

1 - Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

1 pt
$$z^2-6z+25=0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les A, B , C et D d'affixes respectives :

$$a=3+4i\ ,\ b=3-4i,\ c=2+3i \text{ et } d=5+6i$$

.

0.5 pt **a)** Calculer $\dfrac{d-c}{a-c}$ puis en déduire que les points A, C et D sont colinéaires.

b) Montrer que le nombre $p=3+8i$ est l'affixe du point P image du point A par l'homothétie
0.5 pt h de centre B et de rapport $\dfrac{3}{2}$.

c) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\dfrac{d-p}{a-p}$ puis en déduire que $\dfrac{\pi}{4}$ est
1 pt une mesure de l'ongle $\left(\widehat{\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}}\right)$ et que $PA=\sqrt{2}PD$.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient 7 boules noires et deux boules blanches(les boules sont indiscernables au toucher) On tire au hasard, successivement et sans remise deux boules de l'urne.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.

0.5 pt **1 -** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.

1.5 pt **2 -** Montrer que : $P(X=0)=\dfrac{1}{36}$ et $P(X=1)=\dfrac{7}{18}$.

3 - Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique
1 pt $E(X)$.

Exercice 4 : (3 pts)

Soit (u_n) une suite numérique définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+4u_n}{7-2u_n} \end{cases}$$

1 - Vérifier que : $1 - u_{n+1} = \dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$, pour tout n de $\mathbb{N}$ et montrer par récurrence que :
1 pt $\forall n \in \mathbb{N}, \quad 1 - u_n > 0$.

2 - On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{2u_n - 1}{u_n - 1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{5}{6}$ puis exprimer v_n en fonction de
1 pt n.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$$

1 pt puis en déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 5 : (2 pts)

1 - Déterminer les fonctions primitives de la fonction : $x \longrightarrow 2x\left(x^2-1\right)^{2009}$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que :

$$\int_1^{\sqrt{2}} 2x\left(x^2-1\right)^{2009} \, dx = \frac{1}{2010}$$

1 pt

2 - En utilisant l'intégration par parties, montrer que :

$$\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1) \, dx = 6\ln 3 - 2$$

1 pt

Exercice 6 : (6 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$$

et soit (C) la courbe représentative de la f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.5 pt **1 - a)** Vérifier que : $f(x) = x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{e^{-2x}+1}\right)$, pour tout x de $\mathbb{R}$.

b) Montrer que la fonction f est paire et que :

$$f(x) - x = \frac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \text{ pour tout } x \text{ de } \mathbb{R}.$$

1 pt

c) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$ puis en déduire que la droite

1 pt (D) d'équation $y = x$ est un asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0.5 pt **2 -** Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

1 pt **3 - a)** Montrer que : $f'(x) = \dfrac{e^{4x} - 1 + 4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ pour tout réel x et vérifier que $f'(0) = 0$.

b) Montrer que : $e^{4x} - 1 \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $[0, +\infty[$ puis en déduire que

0.5 pt $e^{4x} - 1 + 4xe^{2x} \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $[0, +\infty[$.

0.5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

4 - Construire la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(On admet que la courbe (C) possède deux points d'inflexion que l'on ne demande pas de

1 pt préciser).

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Normal juin 2008

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Caclcul des probabilités** .... **3 points**
- Problème : **Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques** . **11 points**

Exercice 1 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, les deux points $A(0,-1,1)$, $B(1,-1,0)$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$$

1,25 pt **1 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1,0,2)$ et que son rayon est $\sqrt{3}$ puis vérifier que A appartient à (S).

1,25 pt **2 -** Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{OA}\wedge\vec{OB}$ et montrer que $x+y+z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

0,5 pt **3 -** Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S) au point A.

Exercice 2 : (3 pts)

1 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation

$$z^2-6z+34=0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$, les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a=3+5i \quad , \quad b=3-5i \quad \text{et} \quad c=7+3i.$$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $4-2i$.

0,75 pt **a)** Montrer que $z'=z+4-2i$ puis vérifier que C est l'image du point A par la translation T .

0,5 pt **b)** Montrer que $\dfrac{b-c}{a-c}=2i$

0,75 pt **c)** Déduire que le triangle ABC est rectangle et que $BC=2AC$.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient six boules rouges et trois boules vertes(les boules sont indiscernables au toucher).

1 - On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

1 pt **a)** Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges et une verte.

1 pt **b)** Montrer que la probabilité de tirer au moins une boule verte est $\dfrac{16}{21}$

2 - On considère dans cette question l'épreuve suivante : on tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne.

1 pt Calculer la probabilité de tirer trois boules rouges .

Problème : (11 pts)

I- Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(x) = x - 2\ln x$$

0,5 pt **1 - a)** Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0,+\infty[$.

0,5 pt **b)** Montrer que g est décroissante sur $]0,2]$ et croissante sur $[2,+\infty[$.

0,5 pt **2 -** En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0,+\infty[$ (remarquer que $g(2) > 0$)

II- On Considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = x - (\ln x)^2$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

0,75 pt **1 -** Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement .

0,5 pt **2 - a)** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$

(on pourra poser $t = \sqrt{x}$, on rappelle que : $\lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{\ln t}{t} = 0$)

0,75 pt **b)** En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$

(remarquer que : $f(x) = x\left(1 - \dfrac{(\ln x)^2}{x}\right)$)

0,5 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y = x$.

0,5 pt **d)** Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (Δ) .

0,75 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout $x \in]0,+\infty[$ et montrer que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$

0,25 pt **b)** Dresser le tableau de variations de la fonction f .

0,5 pt **c)** Montrer que $y = x$ est une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

0,5 pt **4 -** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0,+\infty[$ et que $\dfrac{1}{e} < \alpha < \dfrac{1}{2}$ (on admet que : $(\ln 2)^2 < \dfrac{1}{2}$).

1 pt **5 -** Tracer la droite (Δ) et la courbe (C) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

(on admet que $I(e,e,-1)$ est une point d'inflexion de la courbe (C) et on prendra $e \approx 2.7$).

0,5 pt **6 - a)** Montrer que : $H : x \longrightarrow x\ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $\ln : x \longrightarrow \ln x$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$ puis montrer que $\displaystyle\int_1^e \ln x \, dx = 1$.

0,75 pt **b)** En utilisant une intégration par parties, montrer que $\displaystyle\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$.

0,5 pt **c)** Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), la droite (Δ) et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

III- On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

0,75 pt **1 -** Montrer que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (vous pouvez utiliser le résultat de la question II)3-a))

0,5 pt **2 -** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0,75 pt **3 -** En déduire que (u_n) est convergente puis déterminer sa limite.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrapage juillet 2008

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Nombres complexes** .... **3 points**
- Exercice 2 : **Géométrie dans l'espace** .... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** .... **3 points**
- Exercice 4 : **Suites numériques** .... **3 points**
- Problème : **Étude d'une fonction numérique** .... **8 points**

Exercice 1 : (3 pts)

1 - Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation

1 pt
$$z^2 - 8z + 17 = 0$$

2 - On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$, les points A et B d'affixes respectives $a = 4 + i$ et $b = 8 + 3i$.
Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'ongle $\dfrac{3\pi}{2}$.

0.75 pt **a)** Montrer que $z' = -iz - 1 + 3i$.

0.5 pt **b)** Vérifier que l'affixe du point C image du point A par la rotation R est $c = -i$.

0.75 pt **c)** Montrer que : $b - c = 2(a - c)$, puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.

Exercice 2 : (3 pts)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, le plan (P) d'équation : $x + 2y + z - 1 = 0$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0 \ .$$

0.75 pt **1 -** Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $I(2, 3, -1)$ et son rayon est 3 .

0.5 pt **2 - a)** Montrer que la distance du point I au plan (P) est $\sqrt{6}$.

0.75 pt **b)** En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{3}$

3 - a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par I et orthogonale
0.5 pt à (P).

0.5 pt **b)** Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point $H(1, 1, -2)$.

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient quatre boules blanches et trois boules rouges(les boules sont indiscernables au toucher)
On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne .

1 pt **1 -** Quelle est la probabilité de tirervtrois boules blanches ?

1 pt **2 -** Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\dfrac{1}{7}$.

1 pt **3 -** Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule blanche ?

Exercice 4 : (3 pts)

Soit (u_n) une suite numérique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n + 3} \end{cases}$

1 pt **1 -** Montrer que : $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2 - On pose : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1 pt **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{3}{5}$ puis exprimer v_n en fonction de n .

1 pt **b)** Montrer que : $u_n = \dfrac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n) .

Problème : (8 pts)

I- On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x} - 2x$

1 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis montrer que g est croissante sur $[0, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 0]$.

0.75 pt **2 -** En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (remarquer que $g(0) = 1$)

II- On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0,5 pt **1 - a)** Montrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

0,25 pt **b)** Vérifier que : $\dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{e^{2x}}{x} - 2\right) \dfrac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$

0,5 pt **c)** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ (on rappelle : $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\ln t}{t} = 0$).

0,25 pt **d)** En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $-\infty$, un branche parabolique dont on précisera la direction .

0,75 pt **2 - a)** Pour tout x de $[0, +\infty[$, vérifier que :

$$1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0 \text{ et que } 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x).$$

0,5 pt **b)** En déduire que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (on rappelle : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^u}{u} = +\infty$).

0,5 pt **c)** Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0,75 pt **d)** Montrer que : $f(x) - 2x \leqslant 0$ pour tout x de $[0, +\infty[$ et en déduire que (C) est en-dessous de (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

0,75 pt **3 - a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{2\left(e^{2x} - 1\right)}{g(x)}$

0,5 pt **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f .

1 pt **4 -** Tracer (C) et (D) dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

(On admet que la courbe (C) a deux points d'inflexions).

$$\boxed{\text{FIN}}$$