Collection

MATHS

Programme Marocain

1Bac ECO

Option international BIOF

Exercices

Séries d'exercices

Semestre I.II

1^{er} BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Notions de logique

Exercice 1

Écrire à l'aide de quantificateurs ces propositions :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
4. Il y a un entier plus grand que tous les entiers.

Exercice 2

Traduisez ces propositions en langage courant:

1. $P : (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}) : x > y$
2. $P : (\exists x \in \mathbb{R}); (\forall y \in \mathbb{R}) : x > y$
3. $P : (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$
4. $P : (\exists x \in \mathbb{R}); x^2 = 4$

Exercice 3

Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes

1. $P : (\forall x \in \mathbb{R})/x^2 > 0$
2. $Q : (\exists x \in \mathbb{R})/x^2 - 9 = 0$
3. $R : (\forall n \in \mathbb{N})/\dfrac{n}{2} \in \mathbb{N}$
4. $S : (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}) : n \prec m$
5. $T : (\exists x \in \mathbb{Z}); \dfrac{x}{4} \in \mathbb{Z}$

Exercice 4

Déterminer la valeur de vérité de chaque proposition suivante :

1. $x \in \mathbb{R}; \left(x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2\right)$.
2. $(7 < 5$ et $2 + 1 = 3)$ ou $(-3 \in \mathbb{N})$
3. $(7 < 5 \Rightarrow 2 + 1 = 0)$ ou $(-3 \in \mathbb{N})$

■ **Raisonnement par contre-exemple**

Exercice 5

Montrer que ces propositions sont fausses :

1. "Tous les nombres entiers naturels sont pairs"
2. $\forall n \in \mathbb{N}; (n + 1)^2 = n^2 + 1$
3. $(\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$
4. $\forall n \in \mathbb{N}; n^2 + n + 1$ est un nombre premier.

■ **Raisonnement par équivalence**

Exercice 6

1. Montrer que : $8 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$
2. Résoudre l'équation : $x^3 - x^2 = 0$
3. Montrer que $\forall x \geq \dfrac{1}{2} : x = \sqrt{2x - 1} \Leftrightarrow x = 1$

■ **Raisonnement par contraposée**

Exercice 7

1. Soient $x \in \mathbb{R}$ et $x \neq -5$.
   Montrer que : $x \neq -8 \Rightarrow \dfrac{x + 2}{x + 5} \neq 2$
2. Soient $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$. Montrer que : $x \neq y \Rightarrow (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$
3. En utilisant le raisonnement par contraposée montrer que : si $x \in]1; +\infty[$ et $y \in]1; +\infty[$

$$x \neq y \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y$$

■ **Raisonnement par Absurde**

Exercice 8

1. Soit $n \in \mathbb{N}$ Posons $\mathbf{A} = \dfrac{n + 3}{n + 5}$, Montrer que $\mathbf{A} \neq 1$
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^*; \quad \sqrt{1 + x^2} \neq 1 + \dfrac{x^2}{2}$
3. Soient x, y et z des nombres réels. Mon-

trer que le système $\begin{cases} 2x - 3z > 3 \\ 3y - 2x \geq 3 \\ y - z \leq 2 \end{cases}$ n'admet pas de solution.

■ Raisonnement par disjonction des cas

Exercice 9

1. Montrer que pour tout $\forall n \in \mathbb{N}; n(n+1)$ est pair (distinguer les n pairs des n impairs).
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-5| = 2$
3. Soit m un réel, discuter selon les valeur du paramètre m, le nombres de solutions de l'équation $x^2 = m$

■ Raisonnement par récurrence

Exercice 10 : Montrer que

1. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 1+2+3+\ldots+n = \dfrac{n \times (n+1)}{2}$
2. $\forall n \in \mathbb{N}; 7^n - 1$ est divisible par 6
3. $\forall n \in \mathbb{N}; n^3 + 2n$ est divisible par 3.
4. $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1+3+5+\ldots+(2n+1) = (n+1)^2$
5. $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2 = \dfrac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6}$

Série : Équations, inéquations et systèmes

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1) : \frac{2x+3}{x-2} = 0 \quad (E_2) : \frac{x-3}{9x+6} = 1$$

$$(E_3) : \frac{4}{x-3} - \frac{5}{x+1} = 0$$

Exercice 2

Donner le signe des expressions suivantes dans un tableau de signes.

a) $(5x-1)(1-x)$ b) $(3x+4)(2x+3)$
c) $3x(x-2)$ d) $(2x+1)(-5-x)(x-7)$
e) $\dfrac{4-x}{2+x}$ f) $\dfrac{-5}{x(x-1)}$

Exercice 3

On pose $p(x) = (2x-5)(-3x+4)$.

1. Poser le tableau de signe de $(-3x+4)$ et $(2x-5)$.
2. En déduire le signe de $p(x)$.
3. En déduire les solutions de l'inéquation $p(x) \leq 0$.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

• $(E_2) : 3x^2+5x+1=0$	• $(E_1) : x^2+x+1=0$
• $(E_4) : x^2-x-12=0$	• $(E_3) : 3x^2+3\sqrt{2}x+2=0$
• $(E_6) : 4x^2-3x+1=0$	• $(E_5) : x^2-x+\frac{1}{4}=0$

Exercice 5

Trouver la valeur de m pour que l'équation

$$mx^2+6x+1=0$$

n'ait qu'une seule solution.

Exercice 6

Un rectangle a comme dimensions $x-4$ sur $x+2$.
Détermine la (ou les) valeur(s) de x pour que l'aire du rectangle vaille $\mathbf{27\ cm^2}$.

Exercice 7

Dresser les tableaux de signes des polynômes suivants, connaissant leurs racines :

1. $P(x) = 2x^2-8x+6$ Racines : 1 et 3
2. $Q(x) = -3x^2-11x+4$ Racines: $\frac{1}{3}$ et -4
3. $R(x) = x^2-10x+28$ Pas de racine
4. $S(x) = -2x^2-8x-11$ Pas de racine

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes et Factoriser les trinômes:

a) $2x^2-x-6=0$ b) $2x^2-3x+\frac{9}{8}=0$
c) $x^2+3x+10=0$ d) $6x^2-x-1=0$

Exercice 9

Dresser les tableaux de signes des trinômes suivants :

a) x^2-9 b) $-2x^2-8x$
c) $(5-x)^2$ d) $16-25x^2$
e) x^2+1 f) $3x-2x^2-1$
g) x^2-1 h) $-3x^2$

Exercice 10

Former l'équation du second degré ayant pour racines x_1 et x_2 dans les cas suivants :

- $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$
- $x_1 = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = 6$
- $x_1 = \frac{1}{4}$ et $x_2 = -\frac{3}{4}$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

- $(E_1) : 4x^2 - 25 \geq 0$
- $(E_2) : (4x-5)(2x+7)(1-x)^2 > 0$
- $(E_3) : (x^2+3x+2)(-x^2+5x-6) \leq 0$

Exercice 12

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$.

1. Calculer $P(-1)$.
2. Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+1)Q(x)$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$.
4. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \succ 0$

Exercice 13

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2+x-6 = 0$ puis factoriser $x^2 + x - 6$
2. Vérifier $P(x) = (x^2-x)^2 + (x^2-x) - 6$.
3. En déduire une factorisation de $P(x)$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 14

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2-4x-5 = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x+6 > (x-1)^2$.
3. On considère le polynôme
$$P(x) = x^3 - 8x^2 + 11x + 20$$
   (a) Vérifier que (-1) est une racine de $P(x)$.
   (b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   (d) En déduire les solutions de l'équation
$$x^6 - 8x^4 + 11x^2 + 20 = 0.$$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) < 0$.

Exercice 15

Soit le trinôme $2019x^2 - 2020x + 1$

1. Vérifier que 1 est racine du trinôme
2. Trouver l'autre racine du trinôme

Exercice 16

Résoudre le système dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$

Par les 4 Méthodes suivantes :

1. Par la Méthode de substitution
2. Par la méthode des combinaisons linéaires
3. Méthode des déterminants
4. Méthode graphique

Exercice 17

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ -10x + 4y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$

Exercice 18

1. Plusieurs personnes se sont réunies pour fêter un anniversaire.
   Chaque personne a apporté **trois** cadeaux à chacune des autres personnes.
   Sachant qu'au total **468** cadeaux ont été déposés près du gâteau , combien de personnes y avait-il ?
2. Un père a 25 ans de plus que son fils et le produit de leurs âges est de 116. Calcule les âges du père et du fils.
3. Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles: pièces de théâtre ou concert. Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert.
   - Ahmed réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 4 places pour un concert, il paie 170 Dh.

- Ibrahim réserve 3 places pour une pièce de Théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 Dh.

Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?

Défi

Soit $a \in IR$. On considère l'équation

$$(E) : x^2 + 3ax + 9(a-1) = 0$$

1. Déterminer la valeur de a pour que 0 soit une solution de l'équation (E).
2. Déterminer la valeur de a pour que l'équation (E) admet une solution unique.
3. On **suppose** que : $a \neq 1$ et $a \neq 2$ et soient α et β les solutions de (E).
   (a) Montrer que α et β vérifient l'équation
   $$9(a-1)x^2 + 3ax + 1 = 0.$$
   (b) Déterminer α et β en fonction de a.
4. On suppose que : $a \prec 1$.
   Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
   $$9(a-1)x^2 + 3ax + 1 \succ 0$$

1^er BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Équations, inéquation et systèmes

I- Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues

1. Méthode des déterminants

Exercice 1

Soit le système de deux équations a deux inconnues suivant: $(I)\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

Le nombre réel $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b$ s'appelle le déterminant du système (I).

Le critère suivant permet d'en savoir plus long sur le nombre de solutions d'un système.... Exercice 2 Soit le système de deux équations à deux inconnues suivant : $(I)\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$
et Δ son déterminant

1. Si $\Delta \neq 0$ alors le système (I) admet un couple solution unique

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{cb'-c'b}{\Delta}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{ac'-a'c}{\Delta}$$

2. Si $\Delta = 0$ alors :
   - Si $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$ alors :
     les deux équations $ax+by=c$ et $a'x+b'y=c'$ sont équivalentes et dans ce cas Résoudre le système c'est Résoudre l'une des équations par exemple en choisi : $ax+by=c$ et alors on a :
     $$S=\left\{\left(x;\frac{c-ax}{b}\right)/x\in\mathbb{R};b\neq 0\right\}$$
   - Si $\Delta_x \neq 0$ ou $\Delta_y \neq 0$ alors le système (I) n'admet aucun couple solutions et donc $S=\varnothing$

2. Résolution graphique d'un système

■ **Méthode :**

1. Écrire les équations sous la forme $y=...x+...$
2. Tracer dans un repère les droites définies par les équations précédentes.
3. Lire les coordonnées du point d'intersection des droites.
   Le couple de coordonnées du point constitue le couple solution du système.

■ **Exemple :** Résoudre le système $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=6 \end{cases}$

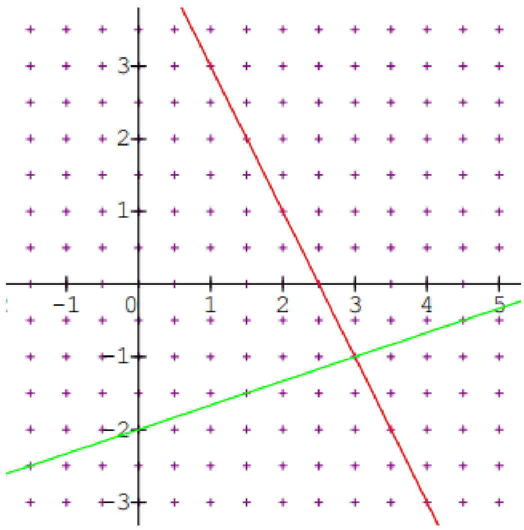
$2x+y=5$ donne $y=-2x+5$ et $x-3y=6$ donne $y=\frac{1}{3}x-2$

Pour tracer (d1) on complète le tableau :

x	0	1
y	5	3

Pour tracer (d2) on complète :

x	0	3
y	-2	-1



La solution du système d'après le graphique est $(3;-1)$.

II- Les équations et les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

A - Les équations du premier degré avec deux inconnues.

Exercice 3

On appelle équations du premier degré a deux inconnues toute équation de la forme $ax+by+c=0$ où les coefficients a, b et c sont des réels donnés et le couple $(x;y)$ est l'inconnue dans $\mathbb{R}^2$

Résoudre l'équation dans $\mathbb{R}^2$ c'est déterminer l'ensemble S des couples solutions de l'équation.

.

■ **Remarques :**

- L'équation $ax + by + c = 0$ a une infinité de solutions
- On peut Résoudre l'équation $ax + by + c = 0$ graphiquement ou algébriquement

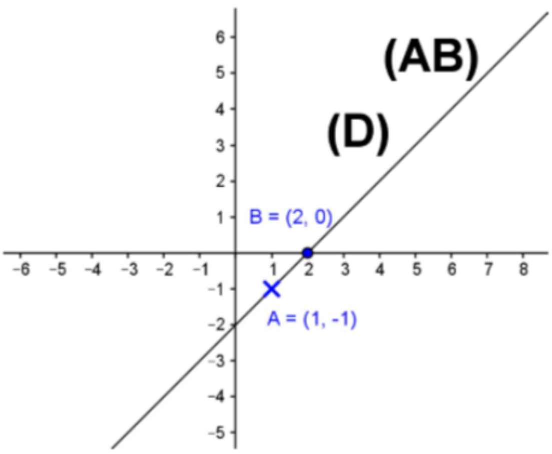
■ **Applications :**

1. Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $2x - y + 4 = 0$
On a $2x - y + 4 = 0$ équivalent à: $y = 2x + 4$
Donc: $S = \{(x; 2x + 4)/x \in \mathbb{R}\}$

2. Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation: $x - 2y + 1 = 0$
On a $x - 2y + 1 = 0$ équivalent à : $x = 2y - 1$
Donc: $S = \{(2y - 1; y)/y \in \mathbb{R}\}$

3. Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation $x - y - 2 = 0$.
Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On trace la droite (D) d'équation cartésienne : $x - y - 2 = 0$.
$S = \left\{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / M(x; y) \in (D)\right\}$.
Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D)

    - Si $x = 1$ alors : $1 - y - 2 = 0$ c-à-d $y = -1$ donc $A(1; -1) \in (D)$
    - Si $y = 0$ alors : $x - 0 - 2 = 0$ c-à-d $x = 2$ donc $B(2; 0) \in (D)$



B - Systèmes d'inéquations linéaires :

1. **Inéquation linéaire à deux inconnues :**
Soient a, b et c trois réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$.
Dans un repère, d est la droite d'équation $ax + by + c = 0$.
Dans ce repère, l'ensemble des points $\mathbf{M}(x; y)$ tels que $ax + by + c > 0$ est un demi-plan de frontière d, qui ne contient pas d.
L'autre demi-plan, la frontière d étant exclue, est l'ensemble des points $\mathbf{M}(x; y)$ tels que $ax + by + c < 0$.

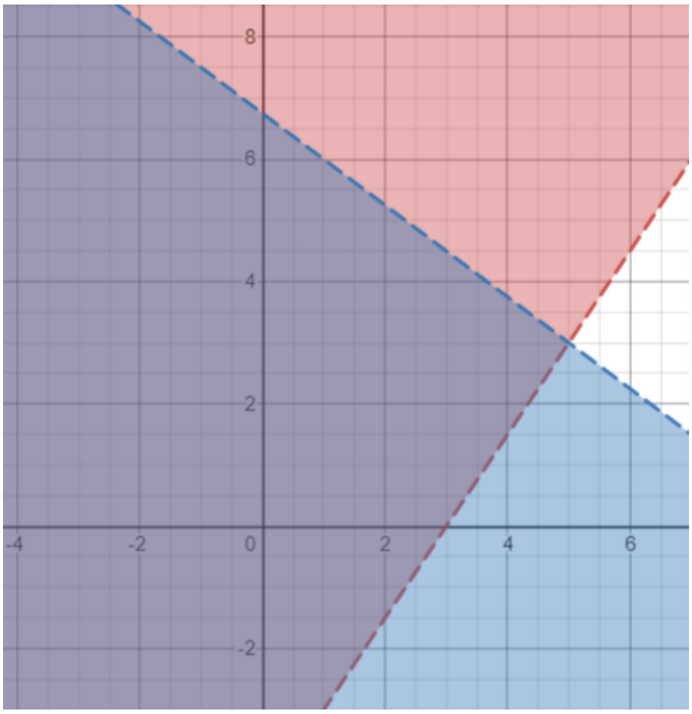
■ **Exemple :**
Résolution graphique de $2x + 3y - 6 < 0$
Dans un repère d'origine **O, on** trace la droite d d'équation $2x + 3y - 6 = 0.$
L'ensemble des points $\mathbf{M}(x; y)$ tels que $2x + 3y - 6 < 0$ est un demi plan de frontière d.
Les coordonnées de $\mathbf{O}(0; 0)$ vérifient l'inéquation donc les solutions de l'inéquation sont représentées par le demi-plan contenant **O**.

2. **Système d'inéquations linéaires à deux inconnues.**
Résoudre graphiquement un système d'inéquations linéaires à deux inconnues, c'est représenter dans un repère l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient simultanément toutes les inéquations du système.

■ **Exemple :**
Résolution graphique du système

$$\begin{cases} 3x - 2y - 9 < 0 \\ 4y + 3x < 27 \end{cases}$$

D est la droite d'équation $3x - 2y - 9 = 0$.
D' est la droite d'équation $4y + 3x = 27$.
Les coordonnées de $O(0; 0)$ vérifient la première inéquation car l'inégalité
$3 \times 0 - 2 \times 0 - 9 < 0$ est vraie.
Les coordonnées de $O(0; 0)$ vérifient la deuxième inéquation car l'inégalité $4 \times 0 + 3 \times 0 < 27$ est vraie.
Donc les demi-plans qui représentent les solutions des deux inéquations du système sont respectivement les demi-plans de frontières D et D', contenant le point O.
Les solutions du système sont représentées par le domaine **hachuré**.

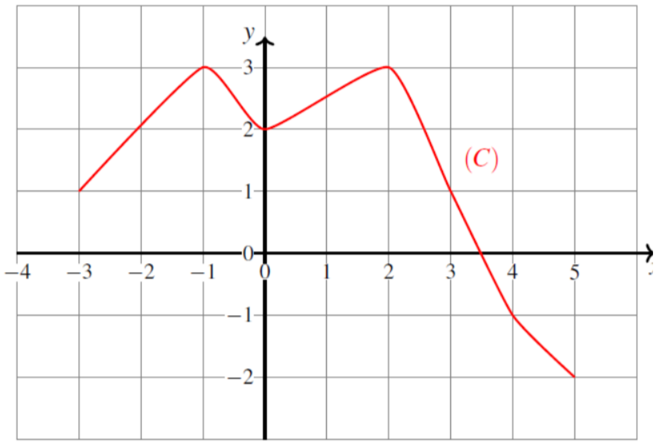


8
6
4
2
-2
-4
-2
0
2
4
6

Série : Généralités sur les fonctions

Exercice 1

On donne la représentation graphique (C) de la fonction f suivante :



1. Donner l'ensemble de définition D_f
2. Déterminer $f(0)$ et $f(4)$.
3. Résoudre graphiquement les équations: $f(x) = -1$ et $f(x) = 1$.
4. Résoudre graphiquement les inéquations: $f(x) \geq 1$ et $f(x) < -1$.
5. Donner le tableau de signe de la fonction f.
6. Donner le tableau de variation de la fonction f.

Exercice 2

La fonction f a pour tableau de variation :

x	-2		0		1		4
$f(x)$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3

1. Quel est le minimum de f sur $[-2; 4]$? Le maximum ?
2. Combien l'équation $f(x) = 0$ admet-elle de solution(s)?
3. L'équation $f(x) = 4$ admet-elle de solution(s) ?

Exercice 3

Soit la fonction f définie par son tableau de variation ci-dessous :

x	-4		-2		0		2		4
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

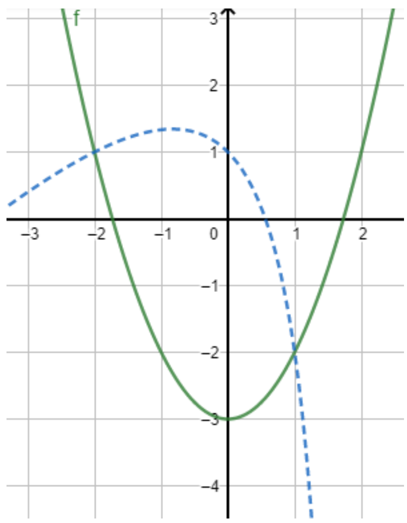
A l'aide de tableau de variation de f, donner le tableau de variation des fonctions suivantes :

a) $g(x) = f(x)+1$ b) $g(x) = f(x)-2$

c) $g(x) = -f(x)$ d) $g(x) = (f(x))^2$

Exercice 4

Soit la fonction f définit par son graphe, et la fonction g définit par son graphe (ligne tirée). ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement les inéquations $f(x) \preceq g(x)$ et $f(x) \succeq g(x)$.

Exercice 5

On donne le tableau des variations, ci-dessous, d'une fonction définie sur $[-4; 5]$:

x	-4		0		4		5
f(x)	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	7

1. Déterminer $f(0)$, $f(4)$ et $f(5)$.

2. Déterminer l'image par f de chacun des intervalles $[-4;0]$, $[0;4]$ et $[-4;5]$.

Exercice 6

Soit les fonctions f, g et h définissent par :

$$f(x) = 2x \text{ et } g(x) = \frac{x+1}{x-2} \text{ et}$$
$$h(x) = x^2 + 1.$$

Définis les fonctions $g \circ f$, $g \circ h$ et $h \circ f$

Exercice 7

Soit f et g les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 1.$$

1. Calculer $(f \circ g)(3)$ et $(g \circ f)(3)$.
2. Donner l'expression de chacune des fonctions $(f \circ g)$ et $(g \circ f)$.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $I = [-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$$

1. Déterminer deux fonctions u et v telles que pour tout x de I : $f(x) = (v \circ u)(x)$.
2. Déduire le sens de variations de f sur I.

Exercice 9

Soit la fonction f définit par: $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{x^2 + 2}$.

1. Monter que $D_f = \mathbb{R}$
2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \succeq \dfrac{1}{2}$.
3. Monter que f est majorée par 3 .

Exercice 10

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

1. Montrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$ par $\dfrac{3}{2}$.
2. Montrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$ par $\dfrac{1}{2}$.
3. Déduire que f est bornée sur $\mathbb{R}$.

Exercice 11

Soit f et g deux fonctions définies par :

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

1. Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions f et g.
2. Tracer, dans un même repère orthonormée, la courbe représentative de chacune des fonctions f et g.
3. Étudier la position relative des courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$.

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $[-2;2]$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3$$

1. Tracer, dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction f.
2. Établir le tableau de variation de la fonction $x \longmapsto f(x) + 2$, puis tracer sa courbe.
3. Établir le tableau de variation de la fonction $x \mapsto f(x) - 5$, puis tracer sa courbe.

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $[-2;2]$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3$$

1. Tracer, dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction f.
2. Établir le tableau de variation de la fonction $x \mapsto 2f(x)$, puis tracer sa courbe.
3. Établir le tableau de variation de la fonction $x \mapsto 3f(x)$, puis tracer sa courbe.

Exercice 14

Compléter les tableaux suivantes :

x	-2	-1	0	1	2	3
x^2						

x	-2	-1	0	1	2	3
x^2+1						

x	-2	-1	0	1	2	3
x^2+2						

x	0	1	2	3	4	5
$\sqrt{x}$						

x	0	1	2	3	4	5
$\sqrt{x}+1$						

x	-2	-1	0	1	2	3
x^3						

x	-2	-1	0	1	2	3
$2x^3$						

1^{er} BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Les suites numériques (Partie 1)

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $(u_n) = n^2+n+1$

1. Calculer u_0 et u_{10}.
2. Exprimer en fonction de n, u_n+1 et u_{n+1}.

Exercice 2

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1; n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{v_n}{v_{n-1}}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Calculer les trois premiers termes de chaque suite.

Exercice 3

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par

$$u_n = n^2 + 8n + 18$$

1. Calculer $u_n - 2$
2. Montrer que (u_n) est minorée par 2 .

■ Rappel : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exercice 4

Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par

$$v_n = -n^2 - 6n - 5$$

1. Calculer $v_n - 4$
2. Montrer que (v_n) est majorée par 4 .

Exercice 5

Soit (u_n) la suite définit par:

$$(\forall n \in \mathbb{N}), \quad u_n = \frac{n+1}{2n+1}$$

1. Montrer que (u_n) est majorée par 1.
2. Montrer que (u_n) est minorée par $\frac{1}{2}$.
3. Déduire que (u_n) est bornée.

Exercice 6

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par

$$u_n = 5 - \frac{1}{n}$$

Montrer que la suite (u_n) est bornée.

Exercice 7

Soit la suite définie sur $\mathbb{N}$ par: $u_n = 2n^2 - n - 2$

1. Calculer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.
2. Que peut-on dire sur la variation de la suite?

Exercice 8

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par: $u_n = 2n^2 + n$

1. Calculer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.
2. Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) ? Justifier.

Exercice 9

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par: $u_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$

1. Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{5}{(n+4)(n+3)}$.
2. Que peut-on dire sur la monotonie de (u_n) ?

Exercice 10

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par: $u_n = \dfrac{2n+5}{n+1}$

1. Déterminer, en fonction de n, $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire la monotonie de la suite (u_n)

Exercice 11

Étudier le sens de variations des suites (u_n) définies par:

1. $u_n = \dfrac{2}{n+4}$ pour $n \in \mathbb{N}$

2. $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$

3. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$

Exercice 12

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

1. Calculer les 3 premiers termes.
2. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n \geq 0$
3. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n \leq 2$

1^{er} BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Les suites numériques (Partie 2)

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -5$.

1. Exprimer u_n en fonction de n
2. Calculer u_{10} et u_{30}.
3. Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_{30}$.

Exercice 2

Soit (u_n) une suite géométrique définie de premier terme $u_0 = 7$ et sa raison $q = 3$.

1. Exprimer u_n en fonction de n.
2. Calculer u_5.

Exercice 3

Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que $u_1 = 3$ et $u_5 = 9$

1. Déterminer sa raison r
2. Déterminer son premier terme u_0.
3. écrire u_n en fonction de **n**

Exercice 4

Soit $(v_n)_{n\geq 1}$ une suite arithmétique telle que :

$$v_5 = -12 \quad \text{et} \quad v_{11} = -30$$

1. Calculer la raison de la suite $(v_n)_{n\geq 1}$ et son premier terme v_1.
2. Calculer la somme : $S = v_5 + v_6 + \cdots\cdots + v_{11}$.
3. Exprimer v_n en fonction de n

Exercice 5

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique telle que :

$$u_1 = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad u_4 = \frac{3}{16}$$

1. Déterminer sa raison q
2. écrire u_n en fonction de **n**

Exercice 6

Avec une suite auxiliaire

(u_n) est une suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + 5$.
Pour tout naturel n, on pose $v_n = u_n + 5$.

1. Prouver que la suite (v_n) est géométrique.
2. Exprimer u_n puis u_n en fonction de n.

Exercice 7

Soit (u_n) une suite numérique définie par:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ (\forall n \in \mathbb{N});\, u_{n+1} = \dfrac{3}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

On pose $(\forall n \in \mathbb{N});\, v_n = u_n + 2$

1. Calculer u_1 et v_0.
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

Exercice 8

On considère la suite (u_n) de nombres réels, définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par la relation de récurrence:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$$

et la relation initiale $u_0 = 2$.

1. Montrer par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 6$
2. (v_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 6$. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison.
3. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
4. Calculer $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_9$ puis $S' = u_0 + u_1 + \ldots + u_9$.

Exercice 9

On donne la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{4} + 3$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2. On pose pour tout entier n, $v_n = u_n - 4$

   (a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n puis montrer que la suite (v_n) est géométrique.

   (b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

Exercice 10

Soient u et v les suites définies pour tout entier naturel n, par:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 4v_n}{7} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{4u_n + 3v_n}{7} \end{cases}$$

1. Calculer u_0, u_1, v_1, v_2.

2. Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = u_n + v_n$.
   Démontrer que (w_n) est constante.

Exercice 11

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$$

On pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

2. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

Exercice 12 : BAC 2021

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :

$$u_0 = -1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{1}{2}$$

1. Calculer u_1 et u_2

2. Montrer par récurrence :$\forall n \in \mathbb{N}, u_n < -\dfrac{3}{4}$

3. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}\left(u_n + \frac{3}{4}\right)$$

4. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.

5. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + \dfrac{3}{4}$

   (a) Calculer v_0

   (b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$

   (c) Donner v_n en fonction de n

   (d) En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$:

$$u_n = -\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3\right]$$

Exercice 13

En janvier, un jeune diplômé décide d'ouvrir une concession automobile. Ce premier mois, il vend 3 voitures. Ensuite, chaque mois il vendra 2 voitures de plus que le mois précédent.

1. Définir une suite arithmétique de premier terme u_1 qui permette de déterminer le nombre de voitures vendues chaque mois.

2. Combien de voitures vendra-t-il en février ? mai ? décembre?

3. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la $1^{\text{ère}}$ année ?

4. Combien de voiture aura-t-il vendu en 5 ans ?

5. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la $3^{\text{ème}}$ année.

Exercice 14

Une mère de famille a économisé 10DH au premiers mois, puis 15DH le mois suivant et ainsi de suites en économisant 5DH de plus que le mois précédent

1. combien a-t-elle économisé au bout de 8 mois ?

2. A la fin de quel mois ses économies suffiront pour acheter un aspirateur qui coûte 205DH.

Exercice 15

Un capital C_0 de **500€** est placé à intérêts simples au taux de 4% par an.
(***cela signifie que chaque année le capital augmente d'une somme égale à** 4% **du capital initial***).
On note C_n le capital obtenu après n années.

1. Calculer C_1 et C_2
2. Calculer C_{n+1} en fonction de C_n.
3. Quelle est la nature de la suite (C_n) ?
4. Exprimer C_n en fonction de n.
5. Quel est le capital obtenu au bout de 5 ans?

Exercice 16

Une personne a acheté une voiture à $80000DH$ le premier janvier 1999 .
Soit u_n la valeur de cette voiture le premier janvier.
On admet que $u_{n+1} = 0,7u_n + 2100$.
On pose : $u_0 = 80000$ et $v_n = u_n - 7000$; $n \in \mathbb{N}$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Calculer u_n en fonction de n.
3. Quelle est la valeur de cette voiture au premier janvier 2007 ?

Exercice 17

La population d'un village de montagne diminue tous les ans de **20%**. Sachant qu'en 1996 elle était de 1875 habitants, compléter le tableau suivant :

Année	1996	1997	1998	1999	2000
Nombre d'habitants					

1. Montrer que les nombres d'habitants sont des termes d'une suite dont on déterminera la nature et la raison.
2. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur :
   (a) Déterminer la population de ce village en 2010
   (b) Donner l'année d'extinction de ce village si on suppose la diminution de la population constante

1^{er} BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Dénombrement

Exercice 1

Calculer : $4! \times 3!$; $7! - 5!$; $\dfrac{5!}{2!1!2!}$

Exercice 2

On lance une pièce de monnaie 2 fois de suites. Quelle est le possibilités?

Exercice 3

Combien de mots peut-on écrire avec les lettres : a, a, b, e, e ?

Exercice 4

Un immeuble est protégé par un digicode.
Ce code peut être constitué de quatre, cinq ou six chiffres allant de 0 à 9 , puis d'une lettre sélectionnée parmi les lettres A, B et C.
Combien de codes peut-on former avec ce système?

Exercice 5

Calculer:

$$A_4^2 \quad :: \quad A_5^3 \times A_8^2 \quad :: \quad \frac{A_9^5}{A_9^3}$$

Exercice 6

Après les prolongations d'un match de foot-ball, l'entraineur doit choisir les cinq tireurs de pénaltys parmi les onze joueurs et l'ordre de passage de chacun. Combien de choix a-t-il?

Exercice 7

Combien de numéros de téléphone peuvent existe-il au Maroc? (commence par 05, 06, 07, 08)

Exercice 8

Un tournois sportif compte 8 équipes engagées. chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de match ?

Exercice 9

Calculer:

$$C_3^2; \quad C_6^4 \quad ; \quad C_3^2 \times C_3^1$$

Exercice 10

Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués.

1. Quel est le nombre de choix possible ?
2. Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?
3. Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?
4. Quel le nombre de choix si l'on impose 2 filles ?

Exercice 11

Calculer: $(a+2)^5$ et $(a+b)^5$

Exercice 12

Une femme a dans sa armoire 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe,un chemisier et une veste.
De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Exercice 13

Un groupe des élèves doit passer un concours. Il faut établir une liste de passage.
Combien y a-t-il de manière de constituer cette liste? (il y a 24 élèves de le groupe)

Exercice 14

De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 7 hommes ?

Exercice 15

Fatima et Mourad font partie d'une club de 18 personnes. On doit former un groupe constitué de cinq d'entre elles pour représenter le club à un spectacle.

1. Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
2. Dans combien de ces groupes peut figurer Mourad ?
3. Fatime et Mourad ne pouvant se supporter, combien de groupe de 5 personnes peut-on constituer de telle façon que Fatime et Mourad ne se retrouve pas ensemble ?

Exercice 16

A la cantine du lycée, il y a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts.
Combien de menus (se composant d'une entrée, d'un plat et d'un dessert) sont possibles.

Exercice 17

On considère l'ensemble $\boldsymbol{E} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}\}$.
Écrire :

1. Les combinaisons de 3 éléments de $\boldsymbol{E}$.
2. Les arrangements de 3 éléments de $\boldsymbol{E}$.
3. Les trois-listes d'éléments de $\boldsymbol{E}$ (on pourra ne pas tous les écrire).

Série : Équations, inéquations et systèmes

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1) : \frac{2x+3}{x-2} = 0 \qquad (E_2) : \frac{x-3}{9x+6} = 1$$

$$(E_3) : \frac{4}{x-3} - \frac{5}{x+1} = 0$$

Exercice 2

Donner le signe des expressions suivantes dans un tableau de signes.

a) $(5x-1)(1-x)$
b) $(3x+4)(2x+3)$
c) $3x(x-2)$
d) $(2x+1)(-5-x)(x-7)$
e) $\dfrac{4-x}{2+x}$
f) $\dfrac{-5}{x(x-1)}$

Exercice 3

On pose $p(x) = (2x-5)(-3x+4)$.

1. Poser le tableau de signe de $(-3x+4)$ et $(2x-5)$.
2. En déduire le signe de $p(x)$.
3. En déduire les solutions de l'inéquation $p(x) \leq 0$.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

• $(E_2) : 3x^2 + 5x + 1 = 0$	• $(E_1) : x^2 + x + 1 = 0$
• $(E_4) : x^2 - x - 12 = 0$	• $(E_3) : 3x^2 + 3\sqrt{2}x + 2 = 0$
• $(E_6) : 4x^2 - 3x + 1 = 0$	• $(E_5) : x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

Exercice 5

Trouver la valeur de m pour que l'équation

$$mx^2 + 6x + 1 = 0$$

n'ait qu'une seule solution.

Exercice 6

Un rectangle a comme dimensions $x - 4$ sur $x + 2$.
Détermine la (ou les) valeur(s) de x pour que l'aire du rectangle vaille $\mathbf{27\ cm^2}$.

Exercice 7

Dresser les tableaux de signes des polynômes suivants, connaissant leurs racines :

1. $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$ Racines : 1 et 3
2. $Q(x) = -3x^2 - 11x + 4$ Racines: $\dfrac{1}{3}$ et -4
3. $R(x) = x^2 - 10x + 28$ Pas de racine
4. $S(x) = -2x^2 - 8x - 11$ Pas de racine

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes et Factoriser les trinômes:

a) $2x^2 - x - 6 = 0$
b) $2x^2 - 3x + \dfrac{9}{8} = 0$
c) $x^2 + 3x + 10 = 0$
d) $6x^2 - x - 1 = 0$

Exercice 9

Dresser les tableaux de signes des trinômes suivants :

a) $x^2 - 9$
b) $-2x^2 - 8x$
c) $(5-x)^2$
d) $16 - 25x^2$
e) $x^2 + 1$
f) $3x - 2x^2 - 1$
g) $2x - x^2 - 1$
h) $-3x^2$

Exercice 10

Former l'équation du second degré ayant pour racines x_1 et x_2 dans les cas suivants :

- $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$
- $x_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $x_2 = 6$
- $x_1 = \dfrac{1}{4}$ et $x_2 = -\dfrac{3}{4}$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

- $(E_1) : 4x^2 - 25 \geq 0$
- $(E_2) : (4x-5)(2x+7)(1-x)^2 > 0$
- $(E_3) : \left(x^2+3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right) \leq 0$

Exercice 12

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$.

1. Calculer $P(-1)$.
2. Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+1)Q(x)$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$.
4. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \succ 0$

Exercice 13

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2+x-6 = 0$ puis factoriser $x^2 + x - 6$
2. Vérifier $P(x) = \left(x^2 - x\right)^2 + \left(x^2 - x\right) - 6$.
3. En déduire une factorisation de $P(x)$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 14

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2-4x-5 = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x + 6 > (x-1)^2$.
3. On considère le polynôme
$$P(x) = x^3 - 8x^2 + 11x + 20$$
   (a) Vérifier que (-1) est une racine de $P(x)$.
   (b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   (d) En déduire les solutions de l'équation
$$x^6 - 8x^4 + 11x^2 + 20 = 0.$$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) < 0$.

Exercice 15

Soit le trinôme $2019x^2 - 2020x + 1$

1. Vérifier que 1 est racine du trinôme
2. Trouver l'autre racine du trinôme

Exercice 16

Résoudre le système dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$

Par les 4 Méthodes suivantes :

1. Par la Méthode de substitution
2. Par la méthode des combinaisons linéaires
3. Méthode des déterminants
4. Méthode graphique

Exercice 17

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ -10x + 4y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$

Exercice 18

1. Plusieurs personnes se sont réunies pour fêter un anniversaire.
   Chaque personne a apporté **trois** cadeaux à chacune des autres personnes.
   Sachant qu'au total **468** cadeaux ont été déposés près du gâteau , combien de personnes y avait-il ?
2. Un père a 25 ans de plus que son fils et le produit de leurs âges est de 116. Calcule les âges du père et du fils.
3. Une salle de spectacle propose deux sortes de spectacles: pièces de théâtre ou concert. Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert.
   - Ahmed réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 4 places pour un concert, il paie 170 Dh.

- Ibrahim réserve 3 places pour une pièce de Théâtre et 2 places pour un concert, elle paie 135 Dh.

Quels sont les tarifs respectifs pour une pièce de théâtre ou pour un concert ?

Défi

Soit $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{IR}$. On considère l'équation

$$(\boldsymbol{E}) : \boldsymbol{x^2 + 3ax + 9(a-1) = 0}$$

1. Déterminer la valeur de $\boldsymbol{a}$ pour que 0 soit une solution de l'équation $(\boldsymbol{E})$.
2. Déterminer la valeur de $\boldsymbol{a}$ pour que l'équation $(\boldsymbol{E})$ admet une solution unique.
3. On **suppose** que : $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1}$ et $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{2}$ et soient $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ les solutions de $(\boldsymbol{E})$.
   (a) Montrer que $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ vérifient l'équation
   $$\boldsymbol{9(a-1)x^2 + 3ax + 1 = 0}.$$
   (b) Déterminer $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ en fonction de $\boldsymbol{a}$.
4. On suppose que : $\boldsymbol{a \prec 1}$.
   Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
   $$\boldsymbol{9(a-1)x^2 + 3ax + 1 \succ 0}$$

Série : Logarithme décimale

Pour résoudre l'équation $\log(U(x)) = \log(V(x))$ on suit les étapes suivantes:

- 1^{er} étape : on détermine D_E l'ensemble d'existence de l'équation

$$x \in D_E \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D_U \text{ et } x \in D_V \\ U(x) > 0, V(x) > 0 \end{cases}$$

- 2^{eme} étape : On applique la relation : $\log(U(x)) = \log(V(x))$ équivaut à $U(x) = V(x)$.

Conclusion: On ne garde que les solutions qui appartiennent à D_E.

Exercice 1

Simplifier les nombres suivants :

a) $10^{\log 53}$ b) $10^{\log 894}$ c) $10^{\log\left(\frac{9}{11}\right)}$

Exercice 2

On pose : $\log 2 \simeq 0,3, \log 3 \simeq 0,48$ et $\log 5 \simeq 0,7$.
Calculer:

a) $\log 8$ b) $\log 9$ c) $\log 6$

d) $\log\left(\frac{5}{2}\right)$ e) $\log\left(\frac{2}{3}\right)$ f) $\log\left(\frac{1}{27}\right)$

g) $\log(540)$ h) $\log(75)$ i) $\log\sqrt{30}$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $\log\left(\frac{x}{3}\right) = \log 2$

b) $\log(2x) = 1$

c) $\log\left(\frac{x}{5}\right) = 2\log 3$

d) $\log(x-1) = \log(2x-1)$

Exercice 4

Simplifier les nombres suivants :

- $A = \log 10^2 + \log 10^2$
- $B = \log 100^3 - \log 10^4$
- $C = \log\frac{1}{10^2} + \log\sqrt{10}$
- $D = \log 100 - \log\sqrt{10} + 3\log 1000$

Exercice 5

Sachant que: $\log 3 \simeq 0,477$ et $\log 2 \simeq 0,301$. et $A = 800, B = 900, C = 360$

1. Calculer: $\log A, \log B$ et $\log C$
2. Calculer: $\log A^4, \log B^3$ et $\log C^5$

Exercice 6

Simplifier les expressions suivantes :

- $A = \log 8 + \log\sqrt{2} - \log 16$
- $B = \log\sqrt{3} + \log 6 + \log 9 - \log 27$
- $C = \log\frac{35}{7} + \log\frac{7}{6} + \log\frac{4}{5}$
- $D = \log\frac{1}{3} + \log\frac{3}{5} + \log\frac{5}{7} + \log\frac{7}{9}$

Exercice 7

On pose : $\log x = 2,3$ et $\log y = 1,7$.
Calculer:

$\log(xy); \log\left(\frac{y}{x}\right); \log(10x); \log x^4; \log\left(xy^2\right)$

Exercice 8

Montrer que : $\dfrac{\log(0,04) - 2\log(0,3)}{1 - \log 15} = 2$

Exercice 9

Montrer que pour tout réel a strictement positif:

$$\log(1+a) = \log a + \log\left(\frac{1}{a} + 1\right)$$

$$\log\left(a^2+1\right) = 2\log a + \log\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)$$

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

1. $\log(x-2) = 2\log 3 + \log\left(\frac{1}{5}\right)$
2. $\log(x+2) + \log(x+3) = \log 6$
3. $\log(x-2) + \log(x+2) = \log 45$
4. $\log(x+4) - \log 14 = \log\left(\frac{1}{x-1}\right)$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations:

1. $\log(2x-1)(3x+7) - \log 3 = 0$
2. $\log(x+11) = \log(x+12) + \log(x+3)$
3. $\log\left(x^2 - 7x + 14\right) = 2\log 2$
4. $\log\left(x^2 + 3x - 4\right) = \log 2 + \log 3$

Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\log^2 x - \log x = 0$
2. $\log^2 x - 9 = 0$
3. $\log^2 x - 9\log x + 20 = 0$
4. $\log^2 x + 7\log x - 8 = 0$

Exercice 13

Dans chacun des cas suivants, déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant l'inéquation donnée.

1. $0,8^n \leq 0,0001$
2. $10 \times 1,1^n \geq 5000$
3. $1 - 0,4^n \geq 0,999$
4. $50 \times 2^n \geq 10^6$

Exercice 14

Soit (U_n) une suite géométrique de premier terme 5 et de raison 2.

1. Exprimer U_n en fonction de n.
2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 106$

Exercice 15

Chaque mois, un investisseur injecte du capital pour dynamiser une entreprise.
De 30000 DHs au départ, le capital injecté diminue de 10%.
On note C_n le capital injecté au n-ième mois de diminution, en dirhams.

1. Justifier que, pour tout entier n :
$$C_n = 300000 \times 0,9^n$$
2. Déterminer le mois où le capital injecté devient inférieur à 100000DHs.

Exercice 16

Un capital de 5000€ est placé à intérêts composés au taux annuel de 4%.
Après combien d'années, ce capital aura-t-il doublé ?

Exercice 17

Une voiture est vendue au prix de 22000€ et perd $1,6\%$ de sa valeur par mois.
On note u_n la valeur de la voiture n mois après son achat.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
2. Écrire u_n en fonction de n.
3. Déterminer au bout de combien de mois la voiture aura une valeur inférieure à 16000€.

Exercice 18

Deux capitaux sont placés simultanément à intérêts composés :

1. le premier de 25000 € à 4,5% l'an.
2. le second de 30000 € à 3,5 % l'an.

Calculer le nombre d'années de placement à partir duquel la valeur acquise par le premier capital dépassera celle acquise par le second.

Série : Limite d'une fonction numérique

Exercice 1

Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ et $-\infty$ dans chacun cas suivants :

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

b) $f(x) = 3 + \dfrac{4}{x^2-1}$

c) $f(x) = x^2 + x$

d) $f(x) = -2x^7 - 5x^5 + 1$

e) $f(x) = -2x^2 + \dfrac{1}{x}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2+x}$

g) $f(x) = \sqrt{2x^4+3x+2}$

h) $f(x) = \dfrac{3x^2-x+5}{7x-1}$

i) $f(x) = \dfrac{x^2-5x+1}{x^4-4x+5}$

j) $f(x) = \dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{x+1}$

k) $f(x) = \dfrac{2x+5}{x^3-2x+1}$

Exercice 2

Déterminer la limite de la fonction f en a dans chacun cas suivantes :

1. $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x-3}$ et $a = 3$
2. $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{x+1}$ et $a = -1$
3. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-4x+3}$ et $a = 3$
4. $f(x) = \dfrac{x^2-x-2}{x^3-x-6}$ et $a = 2$
5. $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$ et $a = 1$

Exercice 3

Déterminer la limite de la fonction f à gauche et à droite de a dans chacun cas suivants :

1. $f(x) = \begin{cases} x^2-1; \text{ si } x \geq 1 \\ 5x; \text{ si } x < 1 \end{cases}$ et a $= 1$
2. $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-1}$ et $a = 1$
3. $f(x) = \dfrac{|x^2-4|}{2-x}$ et $a = 2$
4. $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{4-x^2}$ et $a = -2$
5. $f(x) = \dfrac{x^2+x}{x^2+2x-3}$ et $a = 1$

Exercice 4

Soit f la fonction numérique définie par:

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$$

1. Déterminer D_f.
2. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par:

$$f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-7x+10}$$

1. Déterminer D_f.
2. Calculer les limites suivantes :

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

(b) $\lim\limits_{x\to5^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to5^+} f(x)$.

(c) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$

Exercice 6

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{5x^2+x-1}+2x+1$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-x$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{5x^2+x-1}-2x+1$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{4x+1}-2\sqrt{x-1}$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+3}+3x}{2x-1}$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+3}+3x}{2x-1}$

h) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x-1}+x$

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2+x}+2x$

Exercice 7

Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{3x^2-1}{x^2+1}$

1. Montrer que: $(\forall x\in\mathbb{R}^*) : |h(x)-3| < \dfrac{1}{x}$
2. Déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=3$

1er BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : La dérivation et ses applications

Exercice 1

I - Calculer la fonction $f'(x)$ pour les cas suivants :

$f(x) = x^2 - 5x + 1$	$f(x) = 2x^3 - 7$
$f(x) = 4x + \sqrt{x}$	$f(x) = -5x^2 + \dfrac{2}{x} - 2$
$f(x) = \dfrac{x+1}{3x+1}$	$f(x) = \dfrac{x^2+4x}{x^2-1}$
$f(x) = \left(3x^2 - 5x + 1\right)^4$	$f(x) = \dfrac{1}{x^2-2x}$
$f(x) = \left(x^2 - 3\right)\left(4x^3 - 5\right)$	$f(x) = \sqrt{x^2+4}$
$f(x) = \dfrac{3}{x^2+7x}$	$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

II - En utilisant la dérivée calculer les limites :

$$\lim_{x\to -1} \frac{(x+2)^{2018} - 1}{x+1} \quad ; \quad \lim_{x\to 4} \frac{x\sqrt{x} - 8}{x-4}$$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le nombre dérivé en a (en utilisant la définition) :

1. $f_1(x) = 5x - 3$ et $a = 1$
2. $f_2(x) = 3x^2 + 2x - 1$ et $a = 2$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - x$.

1. Déterminer une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 1 .
2. Vérifier le résultat sur calculatrice.

Exercice 4

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x + 1$

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. Calculer $f'(x)$
3. Étudier le signe de f' et donner le tableau de variations de f
4. Conclure les extremums de f

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 5$$

1. Étudier le sens de variations de la fonction f.
2. Préciser les extremums locaux de f.

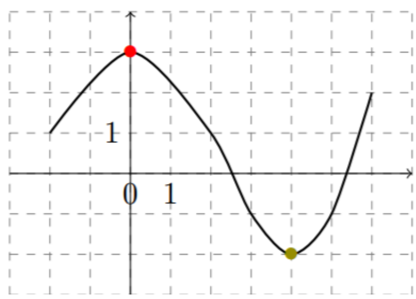
Exercice 6

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$
3. Calculer $f'(x)$
4. Étudier le signe de f' et donner le tableau de variations de f
5. Conclure les extremums de f

Exercice 7

Soit f une fonction définie sur $[-2;6]$ dont sa courbe représentative ci-dessous :



1. Tracer le tableau de variations de f.
2. Donner les extremums de f sur D_f.

Exercice 8

f est une fonction dont voici le tableau de variations.

x	-4		-1		1		3		7
f	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

1. Donner l'ensemble de définition de f.

2. Donner un encadrement de $f(x)$ sur D_f.
3. L'équation $f(x) = 3$ a-t-elle combien de solutions?

Exercice 9

Soit la fonction f définie par: $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$

1. Déterminer D_f
2. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
3. Calculer $f'(x)$
4. Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations de f

Série : Étude de fonctions numériques

Exercice 1

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

1. a - Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
   b - Étudier les branches infinies de (C_f)
2. a - Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
   b - Étudier le signe de f' , puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. Montrer que le point $\Omega(-1; 0)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C_f).
4. a - Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point 1.
   b - Tracer (T) et (C_f).
5. Tracer $(D) : y = x + 1$, puis étudier graphiquement la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D).

Exercice 2

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$$

1. (a) Calculer: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   (b) Étudier les branches infinies de la courbe $\mathcal{C}_f$.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. (a) Montrer que le point $I(2; 0)$ est un centre de symétrie de la courbe $\mathcal{C}_f$.
   (b) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point I.
4. Étudier la concavité de la courbe $\mathscr{C}_f$ en déterminant ses points d'inflexion.
5. Construire (T) et $\mathcal{C}_f$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 3$

1. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f
2. Étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
3. Dresser le tableau de variation de f
4. Étudier la convexité de (C_f) et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur $\mathbb{R}$
5. Montrer que le point $I(0; 3)$ est un centre de symétrie de (C_f) et déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) en $I(0; 3)$
6. On utilisant le tableaux de variation de f monter que l'équation : $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que : $\alpha \prec -1$ et vérifier que $-2.2 \prec \alpha \prec -2.1$ et déterminer le signe de $f(x)$
7. Tracer la courbe C_f .

Exercice 4

Soit f la fonction f définie par: $f(x) = \dfrac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$

1. (a) Déterminer D_f.
   (b) Calculer $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$,puis interpréter les résultats obtenus.
   (c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
2. (a) Vérifier que: $(\forall x \in D_f) ; f(x) = 2x + 1 + \dfrac{2}{x + 1}$
   (b) Montrer que la droite (D) : $y = 2x + 1$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.
   (c) Étudier la position relative de la droite (D) et (C_f) sur D_f.
3. (a) Montrer que:
   $$(\forall x \in D_f) ; f'(x) = \frac{2x(x + 2)}{(x + 1)^2}$$
   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur D_f, puis dresser le tableau de variations de f sur D_f

4. (a) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.
   (b) Tracer (T) et (C_f).

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 1}{x + 1}$$

1. Déterminer $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de f
2. Calculer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.
3. (a) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$
   (b) En déduire que la droite $(\Delta) : y = ax + b$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ puis déterminer la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ).
4. Étudier les variations de la fonction f.
5. Soit I le point d'intersection des deux asymptotes de la courbe $(\mathcal{C}_f)$. Montrer que I est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.
6. Déterminer les points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ avec les axes du repère.
7. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0 .
8. Construire (T) et $(\mathcal{C}_f)$.

1[er] BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Le barycentre

Exercice 1

Soit A, B et C trois points du plan tels que:

$$2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}+4\overrightarrow{CA}=5\overrightarrow{BA}$$

Montrer que A est le barycentre des points B et C en déterminant leurs poids.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un parallélogramme, M le milieu de $[AB]$ et G le point d'intersection de (AC) et (DM).

1. Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(D;1)$ et $(M;x)$ où x est réel à déterminer.
2. Déterminer le réel y tel que: $\overrightarrow{AG}=y\overrightarrow{AC}$

Exercice 3

1. Soit G le barycentre des points pondérés $(A;\sqrt{8})$ et $(B;-\sqrt{2})$.
   Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A;-2)$ et $(B;1)$
2. Soit E le barycentre des points pondérés $(F;1)$ et $(H;\sqrt{2}-1)$.
   Montrer que A est le barycentre des points pondérés $(F;\sqrt{2}+1)$ et $(H;1)$.

Exercice 4

Soient A et B deux points dans le plan

1. Construire G le barycentre des points pondérés $(A;-2)$ et $(B;3)$.
2. Construire G' le barycentre des points pondérés $(A;2)$ et $(B;1)$
3. Calculé $\overrightarrow{GG'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

Exercice 5

Soient A et B deux points dans le plan.
I le milieu de segment $[AB]$.
Soit G barycentre de des points pondérés $(A;3)$ et $(B;-5)$.
Déterminer l'ensemble des points M dans le plan tel que

$$\|3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$$

Exercice 6

On considéré deux points distincts A et B dans le plan et soit G barycentre de $(A;2)$ et $(B;-3)$. soient E et F deux points distinct de A tel que $\overrightarrow{EG}=2\overrightarrow{EF}$

1. Montrer que G barycentre de $(E;-1)$ et $(F;2)$
2. Montrer que (AB) et (EF) sont sécantes .

Exercice 7

Le plan $\mathcal{P}$ rapporté a un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on considéré le deux points $A(1;2)$ et $B(-4;6)$. soit G barycentre des points pondérés $(A;2)$ et $(B;-1)$.

1. Déterminer les coordonnées de point G.
2. Construire les points A; B et G.

Exercice 8

Le plan $\mathcal{P}$ rapporté a un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on considéré les deux points $A(0;5)$ et $B(3;2)$. soit G barycentre des points pondérés $(A;1)$ et $(B;2)$.

1. Déterminer les coordonnées de point G.
2. Déterminer et construire l'ensemble de points M dans le plan tel que

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|=6$$

Exercice 9

Soient A; B et C trois points dans le plan et M un point dans le plan tel que :

$$\vec{V}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$$

1. Montrer que le vecteur $\vec{V}$ est indépendant de point M.
2. Soit K barycentre de points pondérés $(B;1)$ et $(C;-3)$. montrer que $\vec{V}=2\overrightarrow{KA}$
3. Soit G barycentre des points pondérés $(A;2)$; $(B;-1)$ et $(C;-3)$
   (a) Montrer que $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-$

$3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{GM}$ pour tous point M dans le plan.

(b) En déduire l'ensemble des points M dans le plan tel que

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|$$

Exercice 10

Soit G barycentre de $(A;2)$ et $(B;-1)$ et H barycentre **de**$(A;2)$ et $(B;-1)$ et $(C;3)$. Simplifie chaque expression avec barycentre

1. $\overrightarrow{KA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{KB}$
2. $4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$
3. $-6\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 9\overrightarrow{EC}$
4. $\overrightarrow{MG} + 3\overrightarrow{MC}$

Exercice 11

Soient A et B deux points dans le plan. Déterminer l'ensemble des points M dans le plan a chaque cas des cas suivants :

1. $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$
2. $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$
3. $\|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\| = \|-2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\|$
4. $\|5\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = MA$

1er BAC Sciences Économiques et Gestion

Série : Les matrices et les systèmes

Exercice 1

Effectuer le produit des matrices :

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $4 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

Exercice 2

On donne $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$. Calculez $A + B, A - B, 3A, 4B, 3A - 4B$

Exercice 3

Calculer, puis comparer les produits $A \times B$ et $B \times A$:

1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Exercice 4

Déterminer les réels x et y tels que :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Exercice 5

Effectuer les produits suivants :

- $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Calculer les produits des matrices suivantes puis contrôler avec la calculatrice.

1. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 4 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Exercice 6

Soient A et B deux matrices telles que :

$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Calculez et comparez $A^2 + 2AB + B^2$ et $(A + B)^2$

Exercice 7

Traduire les systèmes ci-dessous sous forme matricielle.

a) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + 1 = 3 \\ 3x - 6y - z + 2 = 2 \\ 3z + 4 - x + 2y = 1 \end{cases}$

Exercice 8

Résoudre à l'aide d'un calcul matriciel les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -2x + y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -6x + 7y = -3 \\ 3x + 14y = -1 \end{cases}$

Exercice 9

On donne $A = \begin{pmatrix} x & 5 \\ 0 & 2x \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} y & 7 \\ -1 & 3y \end{pmatrix}$.

1. Trouver x et y pour que

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -1 & 17 \end{pmatrix}$$

2. Trouver x et y pour que

$$2A - 4B = \begin{pmatrix} -5 & -18 \\ 4 & -16 \end{pmatrix}$$

Exercice 10

Résoudre les systèmes linéaires suivants :

a) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ z - x - y = -9 \\ 2y - x - z = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 2x - 5y - 2z = 2 \\ z - x + 4y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ -3x + 2y + z = 2 \\ 7x - 8y + z = 0 \end{cases}$

Exercice 11

Quatre sandwichs et cinq jus d'orange coûtent 88Dh.
Trois sandwichs et sept jus d'orange coûtent 79Dh.
Quel est le prix d'un sandwich et le prix d'un jus d'orange ?

Exercice 12

Dans une ferme, il y a des lapins et des poules.
On dénombre 58 têtes et 160 pattes.
Combien y a-t-il de lapins de moins que de poules ?

Exercice 13

Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums et des boîtes.

- Loubna achète 6 boîtes et 5 albums et paie 610 DH.
- Youssef achète 3 boîtes et 7 albums et paie 530 DH.

Quel est le prix d'une boîte ? et quel est le prix d'un album?

Exercice 14

Lors d'un spectacle on a vendu des places à 16 euros (tarif plein) et des places à 10 euros (tarif réduit).
Il y a eu 852 spectateurs pour une recette de 11160 euros.
Déterminer le nombre de places à tarif plein et le nombre de places à tarif réduit.

Exercice 15

Un entrepreneur doit déplacer 460 tonnes de terre.
Il dispose de 2 camions A et B, l'un pouvant transporter 5 tonnes et l'autre 3 tonnes .
Il désire effectuer 100 transports.
Combien de fois doit-il utiliser chaque camion ?

Exercice 16

Dans le panier de Mme Martin, il y a 5 kg de pommes et 2 kg de carottes.
Dans le panier de M. Bernard, il y a 3 kg de pommes et 7 kg de carottes.
Mme Martin a payé 18,5 €
M. Bernard a payé 28,5 €.
Quel est le prix d'un kg de pommes et d'un kg de carottes ?

Exercice 17

Max a 10 pièces dans son porte-monnaie.
Ce sont uniquement des pièces de 1€ et 2€.
Le montant contenu dans le porte monnaie est de 15 €.
Combien a-t-il de pièces de chaque sorte ?

Exercice 18

Une compagnie aérienne pratique trois tarifs différents pour un trajet :

- le tarif A pour les enfants de moins de 8 ans.
- le tarif B pour les enfants entre 8 et 16 ans.
- le tarif C pour les personnes de plus de 16 ans.

1. la famille Lenoire, formée d'un couple d'adultes, et de trois enfants de 4, 6 et 14ans a payé 730 euros pour ce voyage.
2. la famille Legris, formée des deux parents et de cinq enfants âgés respectivement de 4, 5, 10, 12, 17 ans a payé 1110 euros.
3. la famille Leblanc où la mère se déplace seule avec deux enfants de 2 et 10 ans a payé 450 euros.

Calculez le prix du billet d'avion pour chacun des trois tarifs.

Exercice 19

Le tableau ci-dessous indique le nombre de types de chambres dans trois hôtels appartenant à une entreprise.

- Une chambre simple coûte 160DH par nuit

- Une chambre double coûte 430DH par nuit
- Une suite coûte 740DH par nuit

Déterminez le revenu quotidien de l'entreprise lorsque toutes les chambres sont occupées.

Hôtel	Chambre simple	Chambre double	Suite
1er hôtel	45	74	15
2ème hôtel	48	74	19
3ème hôtel	49	94	10

Exercice 20

Calculer : $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Exercice 21

Une agence bancaire a reçu 3 clients.

- Le premier client a mis un montant de 18 000 dirhams avec un taux d'intérêt de **8%** pour une durée de 3ans.
- Le deuxième client a mis un montant de 21 000 dirhams avec un taux d'intérêt de **7%** pour une durée de 2ans.
- Le troisième client a mis un montant de 15 000 dirhams avec un taux d'intérêt de **9%** pour une durée de 4ans.

Réécrire ces données sous forme d'une matrice.

Exercice 22

Une entreprise fabrique trois produits A,B et C. Chaque produit contient Contient trois matières différentes X, Y et Z.
La production de chaque unité de chaque matière nécessite trois types d'énergie : l'électricité, le gaz et l'essence. Le premier tableau présente le nombre d'unités d'énergie suffisantes pour produire une unité de chaque matière. Le deuxième tableau présente la quantité de matière suffisante pour produire une unité de chaque produit A, B et C. Utilisez le produit de matrices pour exprimer la quantité d'énergie nécessaire pour fabriquer une unité de chaque produit.

■ **Tableau 1** :

	Essence	Gaz	Electricité
X	2	1	5
Y	2	1	0
Z	2	2	0

■ **Tableau 2** :

	A	B	C
X	**2**	**3**	**1**
Y	**0**	**2**	**0**
Z	**1**	**2**	**1**