



SÉRIE N°4 ORDRE ET OPÉRATIONS



Niveau : 3APIC

Année : 2025 - 2026

Exercice : 1

Comparer les nombres réels a et b dans les cas suivants:

www.coursfacile.com

- 1 $a = \frac{2}{3}$ et $b = \frac{5}{9}$
- 2 $a = 2 + 7\sqrt{5}$ et $b = -11 + 7\sqrt{5}$
- 3 $a = 3 + 2\sqrt{7}$ et $b = 5 + 3\sqrt{7}$
- 4 $a - b = -2\sqrt{11}$
- 5 $a = b + 2\sqrt{21}$
- 6 $11a + 3\sqrt{3} = 11b + 2\sqrt{27}$
- 7 $a - b < -1$

Solution EXERCICE 1

1- comparons $a = \frac{2}{3}$ et $b = \frac{5}{9}$

on a

$$a - b = \frac{2}{3} - \frac{5}{9} = \frac{6-5}{9} = \frac{1}{9}$$

on sait que $\frac{1}{9} > 0$ alors $a - b > 0$

donc $a > b$

3- comparons a et b

on a

$$\begin{aligned} a - b &= 3 + 2\sqrt{7} - (5 + 3\sqrt{7}) \\ &= 3 + 2\sqrt{7} - 5 - 3\sqrt{7} \\ &= -2 - \sqrt{7} \end{aligned}$$

on sait que $-2 - \sqrt{7} < 0$ alors $a - b$

donc $a < b$

5- comparons a et b

on a

$$a = b + 2\sqrt{21} \text{ d'où } a - b = 2\sqrt{21}$$

on sait que $2\sqrt{21} > 0$ alors $a - b > 0$

donc $a > b$

7- comparons a et b

on a

$a - b < -1$ puisque $-1 < 0$ alors $a - b < 0$

donc $a < b$

2- comparons a et b

on a

$$\begin{aligned} a - b &= 2 + 7\sqrt{5} - (-11 + 7\sqrt{5}) \\ &= 2 + 7\sqrt{5} + 11 - 7\sqrt{5} = 2 + 11 = 13 \end{aligned}$$

on sait que $13 > 0$ alors $a - b > 0$

donc $a > b$

4- comparons a et b

on a

$$a - b = -2\sqrt{11}$$

on sait que $-2\sqrt{11} < 0$

alors $a - b < 0$

donc $a < b$

6- comparons a et b

on a

$$11a + 3\sqrt{3} = 11b + 2\sqrt{27}$$

$$\text{d'où } 11a + 3\sqrt{3} = 11b + 2\sqrt{27}$$

$$\text{d'où } 11a - 11b = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{3}$$

$$\text{d'où } 11(a - b) = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$\text{d'où } 11(a - b) = 3\sqrt{3}$$

$$\text{d'où } a - b = \frac{3\sqrt{3}}{11}$$

on sait que $\frac{3\sqrt{3}}{11} > 0$ alors $a - b > 0$

donc $a > b$

Exercice : 2

- 1 x un nombre réel tel que $x \geq -2$
Montrer que : $3x + 7 \geq 1$
- 2 y un nombre réel tel que : $y \leq -4$.
Montrer que : $-5y - 18 \geq 2$.
- 3 z un nombre réel tel que : $z \geq 5$.
Montrer que : $-4z + 31 \leq 11$.
- 4 Montrer que : $3x + 2z - y \geq 8$.

Solution Exercice 2

- 1 x un nombre réel tel que $x \geq -2$
on a $x \geq -2$
d'où $3 \times x \geq -2 \times 3$
d'où $3x \geq -6$
d'où $3x + 7 \geq -6 + 7$

alors $3x + 7 \geq 1$
- 2 y un nombre réel tel que : $y \leq -4$.
on a $y \leq -4$
d'où $-5 \times y \geq -5 \times (-4)$
d'où $-5y \geq 20$
d'où $-5y - 18 \geq 20 - 18$
donc $-5y - 18 \geq 2$
- 3 z un nombre réel tel que : $z \geq 5$.
on a $z \geq 5$ d'où $-4 \times z \geq -4 \times 5$
d'où $-4z \geq -20$
d'où $-4z + 31 \geq -20 + 31$
donc $-4z + 31 \geq 11$
- 4 Montrer que : $3x + 2z - y \geq 8$.
on a $x \geq -2$ et $y \leq -4$ et $z \geq 5$
d'où $3x \geq -6$ et $-y \geq 4$ et $2z \geq 10$
alors $3x + 2z - y \geq -6 + 4 + 10$
donc $3x + 2z - y \geq 8$

Exercice : 3

a un nombre réel tel que : $a \geq \frac{3}{2}$.

Montrer que : $\frac{10}{4a-1} \leq 2$

Solution Exercice 3

on a $a \geq \frac{3}{2}$

d'où $4 \times a \geq 4 \times \frac{3}{2}$

d'où $4a \geq 6$

d'où $4a - 1 \geq 6 - 1$

d'où $4a - 1 \geq 5$

d'où $\frac{1}{4a-1} \leq \frac{1}{5}$

d'où $10 \times \frac{1}{4a-1} \leq 10 \times \frac{1}{5}$

d'où $\frac{10}{4a-1} \leq \frac{10}{5}$

alors $\frac{10}{4a-1} \leq 2$

Exercice : 4

x et y deux nombres réels tels que :

$x = 5\sqrt{3} - \sqrt{12}$ et $y = 4\sqrt{3}$

Montrer que $x - y = -\sqrt{3}$, puis comparer x et y

Solution Exercice 4

$x - y = 5\sqrt{3} - \sqrt{12} - 4\sqrt{3}$

$x - y = 5\sqrt{3} - \sqrt{4 \times 3} - 4\sqrt{3}$

$x - y = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$x - y = (5 - 2 - 4)\sqrt{3}$

alors $x - y = -\sqrt{3}$

puisque $-\sqrt{3} < 0$ alors $x - y < 0$

donc $x < y$

Exercice :5

Soit a et b deux nombres réels. comparer a et b dans chaque cas suivants:

- 1 $a = \sqrt{8}$ et $b = 3$
- 2 $a = 3\sqrt{5}$ et $b = \sqrt{37}$
- 3 $a = 4\sqrt{3}$ et $b = 7$
- 4 $a = 20\sqrt{2}$ et $b = 7\sqrt{14}$
- 5 $a = -3\sqrt{2}$ et $b = -2\sqrt{3}$
- 6 $a = 2 + 2\sqrt{2}$ et $b = 2 + \sqrt{10}$
- 7 $a = \frac{1}{-5\sqrt{2}}$ et $b = \frac{1}{-3\sqrt{6}}$

Solution Exercice 5

- 1 comparons $a = \sqrt{8}$ et $b = 3$

$$\text{on a } \begin{cases} (\sqrt{8})^2 = 8 \\ 3^2 = 9 \end{cases}$$

puisque $9 > 8$ alors $3^2 > (\sqrt{8})^2$

on a $\sqrt{8}$ et 3 sont positifs alors $\sqrt{8} < 3$

donc $a < b$

- 2 comparons $a = 3\sqrt{5}$ et $b = \sqrt{37}$

$$\begin{cases} (3\sqrt{5})^2 = 45 \\ (\sqrt{37})^2 = 37 \end{cases}$$

puisque $45 > 37$ alors $(3\sqrt{5})^2 > (\sqrt{37})^2$

on a $3\sqrt{5}$ et $\sqrt{37}$ sont positifs

alors $3\sqrt{5} > \sqrt{37}$ donc $a > b$

- 3 comparons $a = 4\sqrt{3}$ et $b = 7$

$$\text{on a } \begin{cases} (4\sqrt{3})^2 = 48 \\ 7^2 = 49 \end{cases}$$

puisque $49 > 48$ alors $7^2 > (4\sqrt{3})^2$

on a $4\sqrt{3}$ et 7 sont positifs

alors $7 > 4\sqrt{3}$ donc $b > a$

- 4 comparons $a = 20\sqrt{2}$ et $b = 7\sqrt{14}$

$$\text{on a } \begin{cases} (20\sqrt{2})^2 = 800 \\ (7\sqrt{14})^2 = 686 \end{cases}$$

puisque $800 > 686$ alors $(20\sqrt{2})^2 > (7\sqrt{14})^2$

on a $20\sqrt{2}$ et $7\sqrt{14}$ sont positifs alors $20\sqrt{2} > 7\sqrt{14}$

donc $a > b$

- 5 comparons $a = -3\sqrt{2}$ et $b = -2\sqrt{3}$

$$\text{on a } \begin{cases} (-3\sqrt{2})^2 = 18 \\ (-2\sqrt{3})^2 = 12 \end{cases}$$

puisque $18 > 12$ alors $(-3\sqrt{2})^2 > (-2\sqrt{3})^2$

on a $-3\sqrt{2}$ et $-2\sqrt{3}$ sont négatifs alors $-3\sqrt{2} < -2\sqrt{3}$

donc $a < b$

- 6 comparons $a = 2 + 2\sqrt{2}$ et $b = 2 + \sqrt{10}$

$$\text{on a } \begin{cases} (2\sqrt{2})^2 = 8 \\ (\sqrt{10})^2 = 10 \end{cases}$$

puisque $10 > 8$ alors $(\sqrt{10})^2 > (2\sqrt{2})^2$

on a $\sqrt{10}$ et $2\sqrt{2}$ sont positifs alors $\sqrt{10} > 2\sqrt{2}$

alors $\sqrt{10} + 2 > 2\sqrt{2} + 2$ donc $a > b$

- 7 comparons $a = \frac{1}{-5\sqrt{2}}$ et $b = \frac{1}{-3\sqrt{6}}$

$$\text{on a } \begin{cases} (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ (3\sqrt{6})^2 = 42 \end{cases}$$

puisque $50 > 42$ alors $(5\sqrt{2})^2 > (3\sqrt{6})^2$

on a $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{6}$ sont positifs alors $5\sqrt{2} > 3\sqrt{6}$

d'où $\frac{1}{5\sqrt{2}} < \frac{1}{3\sqrt{6}}$

donc $\frac{1}{-5\sqrt{2}} > \frac{1}{-3\sqrt{6}}$

donc $a > b$

Exercice : 6

Comparer les deux nombres :

$$\left(\frac{-1}{7+12\sqrt{2}}\right)^2 \text{ et } \left(\frac{-1}{7+10\sqrt{3}}\right)^2.$$

Solution Exercice 6

$$\text{on a } \begin{cases} (12\sqrt{2})^2 = 288 \\ (10\sqrt{3})^2 = 300 \end{cases}$$

puisque $288 < 300$ alors $(12\sqrt{2})^2 < (10\sqrt{3})^2$

on a $12\sqrt{2}$ et $10\sqrt{3}$ sont positifs alors $12\sqrt{2} < 10\sqrt{3}$

d'où $7 + 12\sqrt{2} < 7 + 10\sqrt{3}$

$$\text{donc } \frac{1}{7+12\sqrt{2}} > \frac{1}{7+10\sqrt{3}}$$

$$\text{donc } \frac{-1}{7+12\sqrt{2}} < \frac{-1}{7+10\sqrt{3}}$$

puisque $\frac{-1}{7+12\sqrt{2}}$ et $\frac{-1}{7+10\sqrt{3}}$ sont négatifs

$$\left(\frac{-1}{7+12\sqrt{2}}\right)^2 > \left(\frac{-1}{7+10\sqrt{3}}\right)^2$$

Exercice :7

- 1 comparer $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$
- 2 en déduire la comparaison des nombres
 - ☞ $3\sqrt{5} + 8$ et $2\sqrt{11} + 7$
 - ☞ $-6\sqrt{5} + 11$ et $-4\sqrt{11} + 13$
 - ☞ $\frac{3\sqrt{5} + 2}{7}$ et $\frac{2\sqrt{11} + 2}{7}$

Solution Exercice 7

- 1 comparons $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$
 on a $\begin{cases} (3\sqrt{5})^2 = 45 \\ (2\sqrt{11})^2 = 44 \end{cases}$
 puisque $45 > 44$ alors $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{11})^2$
 on a $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$ sont positifs
 alors $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$
- 2 en déduire la comparaison des nombres
 - ☞ comparons $3\sqrt{5} + 8$ et $2\sqrt{11} + 7$
 on a $\begin{cases} 3\sqrt{5} > 2\sqrt{11} \\ 8 > 7 \end{cases}$ alors $3\sqrt{5} + 8 > 2\sqrt{11} + 7$
 - ☞ comparons $-6\sqrt{5} + 11$ et $-4\sqrt{11} + 13$
 on a
 $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$
 d'où $-2 \times 3\sqrt{5} < -2 \times 2\sqrt{11}$
 d'où $-6\sqrt{5} < -4\sqrt{11}$ et on a $11 < 13$
 donc $-6\sqrt{5} + 11 < -4\sqrt{11} + 13$
 - ☞ comparons $\frac{3\sqrt{5} + 2}{7}$ et $\frac{2\sqrt{11} + 2}{7}$
 on a $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$ d'où $3\sqrt{5} + 2 > 2\sqrt{11} + 2$
 d'où $\frac{3\sqrt{5} + 2}{7} < \frac{2\sqrt{11} + 2}{7}$
 d'où $\frac{3\sqrt{5} + 2}{7} < \frac{2\sqrt{11} + 2}{7}$