

Série d'exercices (Ordre et opérations 3AC)

Exercice 1

Comparer a et b :

1) $a = -\sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{2} + \frac{1}{2}$

2) $a = -\frac{11}{5}$ et $b = -\frac{12}{5}$; 3) $a - b \geq \sqrt{5}$

4) $a - b \leq -8$; 5) $a = -\sqrt{5} \times \frac{7}{4}$ et $b = -\frac{11}{6}\sqrt{5}$

6) $3a - (a + 2b) = \sqrt{2}$

7) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$ (avec $a > 0$ et $b > 0$)

8) $a = -3x^2 + 11x$ et $b = x^2 - x + 9$

Exercice 2

Comparer :

1) $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$; 2) -5 et $-2\sqrt{6}$

3) $-\sqrt{17}$ et $2\sqrt{3}$; 4) $\frac{1}{5\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{7}$;

5) $\frac{1}{5 - \sqrt{17}}$ et $\frac{1}{5 - 2\sqrt{5}}$ (attention aux signes)

Exercice 3

1) Calculer : $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2$.

2) Comparer : $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ et $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

3) En déduire la valeur de : $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

Exercice 4

Soient t, x, b, c, k des nombres réels tels que :

$-2 \leq b \leq -1$ et $3 \leq c \leq 4$ et $1 \leq k \leq 2$

et $1 \leq 3t - 1 \leq 2$ et $-3 \leq \frac{-2x + 7}{3} \leq -\frac{1}{3}$

Encadrer :

1) t ; 2) x ; 3) $b + c$; 4) ck

5) bc ; 6) $\frac{2c}{k^2}$; 7) $b - c$; 8) $5 - 2b + 4c$

9) $c^2 + b^2$; 10) $c^2 - 2b^2$; 11) $2\sqrt{c} - k^2$

Exercices d'approfondissement

Exercice 5

1) Soit x et y deux nombres réels positifs tels que $x > 0$ et $y < 0$. Comparer :

a) $y - x$ et $y + x$; b) $4y + x$ et $3y + x$

2) Soient a et b deux nombres réels positifs tels que $a \leq b$. Montrer que :

c) $a + 1 < b + \frac{5}{4}$; d) $b + \sqrt{7} > a - 3\sqrt{7}$

Exercice 6

Comparer :

1) $a = \sqrt{48}$ et $b = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

2) $c = \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$ et $d = \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$

3) $e = \sqrt{7 + 2\sqrt{11}}$ et $f = \sqrt{3} + 2$

4) $g = 3\sqrt{5}$ et $h = \sqrt{3} - \sqrt{17}$

Exercice 7

Soient a et b et c et d des nombres réels tels que : $9 \leq a \leq 16$; $-7 \leq b \leq -6$;

$\frac{1}{2} \leq \frac{3c - 1}{2} \leq 1$; $-2 \leq d \leq -1$

Encadrer :

1) c ; 2) $a^2 + bd - b^2$;

3) $\frac{2b - d}{a + b}$; 4) $\sqrt{a^2 - ab + b^2}$

Exercice 8

Soient x et y deux nombres réels positifs tels que :

$0 \leq x \leq \sqrt{3}$; $0 \leq y^2 + 4y - x^2 \leq 2$

Montrer que : $0 \leq y \leq 1$.

Exercice 9

Soit EFG un triangle, et soit H un point de [FG].

Montrer que $EF + HG < EH + FG$

(Indication : Rappel) : Dans un triangle la longueur d'un côté est strictement inférieure aux longueurs des deux autres côtés.

Exercice 10

Soient a, b, c des nombres réels positifs :

1) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$

2) En déduire que $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$

3) Supposons que $a^2 + b^2 + c^2 = 1$:

a- Montrer que :

$(a + b + c)^2 = 1 + 2(ab + bc + ac)$

b- De la question précédente et la question 2,

en déduire que $a + b + c \leq \sqrt{3}$